



UNIVERSITÀ
degli STUDI
di CATANIA

DIPARTIMENTO DI SCIENZE BIOLOGICHE, GEOLOGICHE E
AMBIENTALI

Corso di laurea in Scienze ambientali e naturali

Anno accademico 2021/2022 - 1° anno

ANALISI MATEMATICA

MAT/05 - 9 CFU - 1° semestre

Docente titolare dell'insegnamento

MARIA ALESSANDRA RAGUSA

Email: maragusa@dmi.unict.it

Edificio / Indirizzo: Dipartimento di Matematica e Informatica

Telefono: 0957383060

Orario ricevimento: martedì 14-16 e giovedì 11-13

OBIETTIVI FORMATIVI

Gli obiettivi formativi del corso sono i seguenti:

Conoscenza e capacità di comprensione (knowledge and understanding): lo studente apprenderà alcuni basilari concetti matematici e svilupperà le capacità di calcolo e manipolazione dei più comuni oggetti dell'Analisi Matematica: fra questi, le successioni, le serie numeriche, i limiti e le derivate per le funzioni di una variabile.

Capacità di applicare conoscenza e comprensione (applying knowledge and understanding): attraverso esempi legati alle scienze applicate, lo studente potrà apprezzare l'importanza dell'Analisi Matematica in ambito scientifico e non solo come disciplina fine a se stessa, ampliando in tal modo i propri orizzonti culturali.

Autonomia di giudizio (making judgements): lo studente potrà affrontare con sufficiente rigore alcuni semplici ma significativi metodi dimostrativi dell'Analisi Matematica per affinare le capacità logiche. Molte dimostrazioni saranno presentate in modo schematico e intuitivo per coinvolgere gli studenti e stimolarli a raggiungere da soli l'obiettivo.

Abilità comunicative (communication skills): studiando l'Analisi Matematica, e mettendosi alla prova mediante le esercitazioni guidate e i seminari, lo studente apprenderà a comunicare con rigore e chiarezza sia oralmente che per iscritto. Imparerà che utilizzare un linguaggio corretto è uno dei mezzi più importanti per comunicare con chiarezza il linguaggio scientifico, non solo in ambito matematico.

Capacità di apprendimento (learning skills): gli studenti, soprattutto i più volenterosi, saranno stimolati ad approfondire alcuni argomenti, anche mediante lavori di gruppo.

MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DELL'INSEGNAMENTO

Lezioni frontali.

PREREQUISITI RICHIESTI

Conoscenze di base di aritmetica, algebra, geometria analitica, trigonometria.

CONTENUTI DEL CORSO

1. **Insiemi numerici.** Introduzione di \mathbb{R} per via assiomatica. Assioma di completezza. Topologia di \mathbb{R} : intorni di un punto, punti interni, punti esterni, punti di frontiera, punti di accumulazione e loro caratterizzazione, punti isolati, intervalli. Minimo e massimo di un insieme numerico. Minoranti, maggioranti, estremo inferiore ed estremo superiore di un insieme numerico.
2. **Funzioni reali di una variabile reale.** Definizione di funzione e di grafico di una funzione. Funzioni iniettive, suriettive, biettive. Funzioni pari, dispari, periodiche. Funzioni monotone. Funzioni limitate. Punti di minimo e di massimo assoluto. Punti di minimo e di massimo relativo. Funzioni composte. Esempi di funzioni: funzioni lineari, funzione identità, funzioni quadratiche, funzione modulo o valore assoluto, funzione segno, funzione parte intera, funzione di Heaviside, funzioni trigonometriche. Funzioni inverse. Operazioni tra funzioni. Trasformazioni geometriche elementari sul grafico di una funzione.
3. **Successioni numeriche.** Definizione di successione numerica. Successioni monotone. Limite di una successione: successione convergente, divergente positivamente, divergente negativamente. Successioni irregolari o oscillanti. Caratterizzazione sequenziale dei punti di accumulazione. Successioni infinitesime. Successioni infinitamente grandi. Successioni estratte. Teoremi sui limiti di successioni: limitatezza delle successioni convergenti e controesempio, algebra dei limiti, teoremi di permanenza del segno, teoremi di confronto, teoremi sulle successioni estratte.
4. **Serie numeriche.** Definizione di serie numerica. Condizione necessaria per la convergenza di una serie numerica e relativo controesempio. Serie geometria. Condizione necessaria e sufficiente di Cauchy per la convergenza di una serie numerica. Serie numeriche a termini non negativi: criterio del confronto, criterio della radice. Serie numeriche a termini positivi: criterio del rapporto, criterio di Raabe, criterio del confronto asintotico. Serie a termini di segno alterno e criterio di Leibniz. Convergenza assoluta di una serie numerica e sua relazione con la convergenza semplice: definizioni, teoremi, esempi e controesempi.
5. **Funzioni continue.** Varie definizioni di limite di funzione. Caratterizzazione sequenziale del limite di una funzione e sue applicazioni alla non esistenza di limiti. Teoremi vari sui limiti di funzioni. Continuità di una funzione in un punto. Continuità di una funzione in un insieme. Operazioni tra funzioni continue. Funzioni uniformemente continue. Teorema di Heine-Cantor e suoi corollari. Teorema di Weierstrass. Teorema dei valori intermedi. Teorema di esistenza degli zeri. Punti di discontinuità. Infinitesimi e infiniti.
6. **Calcolo differenziale.** Definizione di derivata prima di una funzione in un punto e relativa interpretazione geometrica. Relazione tra continuità e derivabilità e relativi controesempi. Punti angolosi, di cuspidi e di flesso a tangente orizzontale. Derivate delle funzioni elementari. Regole di derivazione. Teorema di derivazione delle funzioni composte. Teorema di derivazione delle funzioni inverse. Differenziale di una funzione. Teoremi del calcolo differenziale: teorema di Fermat e relativo controesempio, teorema di Rolle, Teorema di Lagrange, Teorema di Cauchy. Corollari del Teorema di Lagrange. Teorema di De L'Hôpital e relativi esempi e controesempi. Asintoti per il grafico di una funzione: orizzontali, verticali e obliqui. Funzioni crescenti e decrescenti: condizioni necessarie, condizioni sufficienti e condizioni necessarie e sufficienti. Derivate di ordine superiore. Concavità, convessità e flessi. Formula di Taylor. Studio di funzione.
7. **Calcolo combinatorio, statistica e probabilità.** Disposizioni, permutazioni, combinazioni,

semplici e con ripetizione. Definizione di probabilità classica e di probabilità frequentista. Probabilità condizionata. Moda, media e mediana. Cenni ai test di ipotesi. Applicazioni.

8. **Calcolo integrale per funzioni reali di una variabile reale.** Elementi di teoria della misura secondo Peano-Jordan. Integrale definito: definizione e proprietà. Funzioni primitive e loro caratterizzazione. Definizione di integrale indefinito. Funzioni integrali e funzioni primitive: il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale. Integrali indefiniti immediati. Metodi di integrazione: integrazione per decomposizione e somma, integrazione di funzioni razionali, integrazione per parti, integrazione per sostituzione. Cenni sugli integrali impropri.

TESTI DI RIFERIMENTO

1. S. Motta, M.A. Ragusa - *Metodi e Modelli Matematici* - Libreria CULC (2011).
2. S. Motta, M.A. Ragusa, A. Scapellato - *Metodi e Modelli Matematici. Esercizi e Complementi* - Libreria CULC (2013).
3. Dispense distribuite dal Docente.

ALTRO MATERIALE DIDATTICO

Si faccia riferimento all'apposita sezione su Studium.

PROGRAMMAZIONE DEL CORSO

	Argomenti	Riferimenti testi
1	Insiemi numerici	Testi: 1, 2
2	Funzioni reali di una variabile reale	Testi: 1, 2
3	Successioni numeriche	Testi: 1, 2
4	Serie numeriche	Testi: 1, 2
5	Funzioni continue	Testi: 1, 2
6	Calcolo differenziale	Testi: 1, 2
7	Calcolo combinatorio, statistica e probabilità	Testi: 1, 2, 3
8	Calcolo integrale per funzioni reali di una variabile reale	Testi: 1, 2

VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

L'apprendimento medio degli studenti verrà valutato periodicamente tramite esercitazioni guidate in aula. L'esame finale consiste di una prova scritta e di un colloquio. Al colloquio si accede una volta superata la prova scritta. Sia la prova scritta che il colloquio verranno valutati in trentesimi. La

valutazione della prova scritta incide parzialmente sulla formulazione del voto finale. La registrazione dell'esame avrà luogo solo dopo il superamento del colloquio.

N.B.: La verifica dell'apprendimento potrà essere effettuata anche per via telematica, qualora le condizioni lo dovessero richiedere.

ESEMPI DI DOMANDE E/O ESERCIZI FREQUENTI

Estremi di un insieme numerico; numeri complessi e loro proprietà; varie definizioni di limite; teoremi sui limiti di funzioni; funzioni continue e loro proprietà; funzioni derivabili e loro proprietà; teoremi fondamentali del calcolo differenziale; formula di Taylor e sue applicazioni; disposizioni, permutazioni e combinazioni; probabilità: definizioni, proprietà e applicazioni; integrale indefinito e sue proprietà; integrale definito e sue proprietà.
