



MODELLI MATEMATICI PER I MERCATI FINANZIARI

SECS-S/06 - 9 CFU - 1° semestre

Docente titolare dell'insegnamento

SILVIA RITA ANGILELLA

Email: angisil@unict.it

Edificio / Indirizzo: Palazzo delle Scienze, Corso Italia, 55

Telefono: 0957537737

Orario ricevimento: vedi avviso

OBIETTIVI FORMATIVI

1. conoscenza e capacità di comprensione (knowledge and understanding):

Capacità e comprensione dei principali modelli finanziari e degli strumenti di gestione del rischio finanziario. Si mira a fornire la conoscenza sia di modelli teorici che applicativi.

2 Capacità di applicare conoscenza e comprensione (applying knowledge and understanding):

Lo studente sarà in grado di utilizzare i modelli matematici acquisiti durante il corso per analizzare i mercati finanziari.

3. Autonomia di giudizio (making judgements):

Lo sviluppo di un'autonoma capacità critica nel contesto delle tematiche trattate è uno dei principali obiettivi formativi dell'insegnamento.

Una buona acquisizione delle conoscenze teoriche e delle capacità operative previste nel programma dell'insegnamento non è sufficiente ad una completa formazione dello studente se tale preparazione non è accompagnata dall'acquisizione di un'approfondita, autonoma, socialmente e moralmente responsabile capacità di valutazione, di impostazione e di risoluzione di un problema, proponendo i modelli che si ritengono più adeguati all'analisi della problematica finanziaria considerata. Tale consapevolezza funge da guida ai docenti durante tutto il percorso formativo della disciplina, facendoli interagire con gli studenti in una logica costruttiva, al fine di stimolare durante tutte le fasi dell'insegnamento la loro capacità di riflessione, di acquisizione ed interpretazione delle informazioni necessarie e dei dati indispensabili, anche se insufficienti o incompleti, per la gestione di questioni complesse, la costruzione e la comprensione di modelli formali, sia descrittivi che prescrittivi. Particolare attenzione viene riservata, pertanto, all'addestramento della ricerca delle fonti informative economiche e finanziarie, tradizionali e moderne, più appropriate (consultazioni di pubblicazioni specialistiche, di banche dati, di siti internet, ecc.), ad un'analisi critica e comparativa sulla loro attendibilità, omogeneità e significatività, ad una corretta interpretazione ed elaborazione dei dati raccolti per un loro appropriato e consapevole utilizzo

nella realtà operativa.

4. Abilità comunicative (communication skills):

Lo studente è messo in condizioni di relazionarsi e di trasferire a terzi, anche non specialisti, con chiarezza espositiva, precisione, padronanza di espressione e linguaggio tecnico appropriato, informazioni, analisi, giudizi di valore, progetti e proposte concernenti le più complesse problematiche finanziarie, aziendali e di mercato, che la precipua attività lavorativa porterà ad affrontare, sapendone esporre anche le motivazioni e le ipotesi adottate. Non è sufficiente, infatti, saper costruire un modello tecnicamente corretto che ben rappresenta il problema affrontato; occorre anche saperlo giustificare, esplicitandone le ipotesi adottate, spesso implicitamente, che condizionano lo sviluppo di tutta l'analisi condotta. A tal fine, accanto ad un'appropriata conoscenza teorica della modellistica e della sua implementazione

operativa, è indispensabile una provata capacità di avvalersi efficacemente di strumenti di calcolo e tecnologie multimediali, prevedendo anche specifiche attività formative anche trasversali. I docenti, inoltre, coltivano durante tutto il percorso formativo lo sviluppo di tali abilità, avendo cura di stimolare e assicurare una partecipazione attiva di ogni studente, mediante l'organizzazione di appropriate attività didattiche sopra ricordate, tenute anche in lingua straniera. Lo studente è continuamente sollecitato ad esporre verbalmente e formalmente il proprio pensiero con adeguate argomentazioni e tecniche, a redigere documenti in forma scritta, a predisporre presentazioni

multimediali, individualmente ed in gruppo, a discutere quanto presentato in aula, per stimolare una proficua collaborazione anche sul piano della comunicazione. La prova finale costituisce un'ulteriore momento di approfondimento e di verifica delle diverse capacità di comunicazione raggiunte effettivamente dallo studente.

5. Capacità di apprendimento (learning skills): Si forniscono agli studenti sin dall'inizio delle lezioni opportuni suggerimenti e stimoli per una partecipazione quanto più attiva possibile all'intero processo formativo e per un miglioramento del metodo di studio individuale, ai fini di un più efficace apprendimento della disciplina, che presenta precipue caratteristiche in termini di apprendimento mediante un appropriato processo induttivo - deduttivo. Come già ricordato, la verifica dell'effettiva acquisizione delle conoscenze teoriche ed operative, necessarie per l'inserimento nel mondo del lavoro, viene effettuata durante l'intero percorso formativo e non soltanto in sede di esame finale, in forma scritta e/o orale. I docenti verificano continuamente, argomento per argomento, se la trasmissione delle conoscenze

trasmesse avviene efficacemente, rivedendo eventualmente anche nel corso dell'anno il metodo di insegnamento, per meglio adeguarlo al raggiungimento concreto di questo importante obiettivo, tenendo anche conto della effettiva composizione dell'aula. In tale contesto, la verifica mediante esame di profitto è un naturale e coerente corollario del processo di apprendimento, che viene costantemente monitorato e migliorato, anche per evitare un traumatico approccio alle prove di esame. Alla fine di tale percorso formativo, lo studente è anche in grado di continuare personalmente ed efficacemente nuovi e più approfonditi studi nel campo della finanza quantitativa e di effettuare ricerche in modo autonomo e consapevole.

MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DELL'INSEGNAMENTO

Per una più efficace trasmissione delle conoscenze da parte dei docenti, l'attività formativa prevede sia attività didattica frontale tradizionale (lezioni ed esercitazioni) con l'ausilio di slides, proiettore PC, impiego di EXCEL, di MATLAB.

PREREQUISITI RICHIESTI

Nozioni basilari della teoria microeconomica del consumatore; conoscenza dei principali strumenti di calcolo differenziale ed integrale e del calcolo finanziario in condizioni di certezza; probabilità in spazi finiti; nozioni fondamentali di statistica descrittiva

FREQUENZA LEZIONI

Fortemente consigliata

CONTENUTI DEL CORSO

Completezza dei mercati finanziari; Strategie di arbitraggio; State preference model; Equilibri di non arbitraggio; Teoria dell'utilità; Teorema di Von Neumann Morgenstern; Dominanza stocastica del primo ordine e secondo ordine ; Caratterizzazione dominanza stocastica primo e secondo ordine; Paradossi di Allais, Ellsberg e San Pietroburgo; Proprietà delle funzioni di utilità. Certo equivalente, premio per il rischio, ARA, RRA; Funzioni di utilità principali; Principio Media-Varianza compatibile con teoria dell'utilità attesa; Modello di Markowitz; Modello ad indice singolo; CAPM; Indicatori di performance; APT; Calls e Puts europee e americane; Modello binomiale Cox-Ross- Rubinstein; Probabilità neutrale al rischio: portafoglio replicante e delta hedging; Opzioni Americane nel modello binomiale; Spreads, Combinazioni sulle opzioni; Distribuzione Lognormale dei prezzi; Equazione differenziale di Black-Scholes; Formula di Black-Scholes nel caso di call e put europee; Greche delle opzioni ; Strategie con le greche; Opzioni esotiche: Opzioni cash or nothing, chooser, barrier, lookback e opzioni asiatiche.

N.B.

Tutti gli esercizi svolti in aula sulla teoria del portafoglio, dell'utilità, del CAPM sono tratti dal Castagnoli.

Tutte gli esercizi svolti in aula sulle opzioni sono tratti da Rosazza Gianin e Sgarra.

I riferimenti ai testi di Hull e Elton e Gruber si basano rispettivamente, sulla settima e sesta edizione, se pur sono già presenti edizioni più recenti degli stessi.

Qualora l'insegnamento venisse impartito in modalità mista o a distanza potranno essere introdotte le necessarie variazioni rispetto a quanto dichiarato in precedenza, al fine di rispettare il programma previsto e riportato nel syllabus.

TESTI DI RIFERIMENTO

- (1) E. Castagnoli, Matematica dei Mercati Finanziari, Egea, 2017
- (2) E. J. Elton, M. J. Gruber ,“Modern portfolio theory and investment analysis”, Wiley, 2002.
- (3) J. Hull, Options, Futures, and Other Derivatives, 7th Edition, Pearson, 2018
- (4) E. Rosazza Gianin, C. Sgarra. From Binomial Model to Risk Measures In: Mathematical Finance: Theory Review and Exercises. UNITEXT, vol 70. Springer, Cham, 2013
- (5) D. Luenberger , Finanza e Investimenti, Apogeo, Milano 2006.
- (6) J. Cvitanic, F. Zapatero, Introduction to the Economics and Mathematics of Financial Markets.The MIT Press Cambridge, Massachusetts London, England, 2004.
- (7) D.J. Higham, An Introduction to Financial Option Valuation: Mathematics, Stochastics and Computation, Cambridge University Press, 2012
- (8) Cesari, R. (2009) Introduzione alla Finanza Matematica, Derivati, prezzi, Copertura, Spinger-Verlag
- (9) Fabrizio Cesaroni, Computational Finance, Matlab oriented programming, Giappichelli, 2020.
- (10)Barucci, Marsala, Nenci, Sgarra, Introduzione all'ingegneria Finanziaria, Egea, 2009.

ALTRO MATERIALE DIDATTICO

su Studium

PROGRAMMAZIONE DEL CORSO

| Argomenti | Riferimenti testi |
|---|---------------------------------------|
| 1 Completezza dei mercati finanziari. Strategie di arbitraggio. State preference model. Equilibri di non arbitraggio. | Castagnoli: cap. 1 |
| 2 State preference model: un solo periodo con interessi | Castagnoli: cap 2 pagg. 47-49 |
| 3 State preference model: Titoli a reddito fisso | Castagnoli: cap 4 pagg 74-75 |
| 4 Esempi di mercati completi in tempo discreto | Civitec e Zapatero: pag 88-90 |
| 5 Assiomi Teoria dell'utilità. Teorema di Von Neumann Morgenstern (senza dimostrazione) | Castagnoli: cap 15. |
| 6 Caratterizzazione dominanza stocastica primo e secondo ordine | Castagnoli: cap 16 pagg. 409-411 |
| 7 Paradossi di Allais, Ellsberg e di San Pietroburgo | Castagnoli: cap 18; slides su studium |

| | | |
|----|--|---|
| 8 | Proprietà delle funzioni di utilità. Certo equivalente, premio per il rischio, ARA, RRA con dimostrazione | Elton e Gruber: cap 10 |
| 9 | Funzioni di utilità principali (CARA, DARA e HARA), in particolare la funzione quadratica | Castagnoli: cap 23 pagg 506-509 |
| 10 | Teoremi sul principio M-V compatibile con teoria dell'utilità attesa : quello relativo alla funzione di utilità quadratica con dimostrazione | Castagnoli: cap 26 pagg. 537-538 |
| 11 | Varianza e Rendimento di portafoglio | Elton e Gruber: cap 4 |
| 12 | Teoria del portafoglio : due titoli (correlazione perfetta positiva e negativa) | Elton e Gruber: cap 5 |
| 13 | Teoria del portafoglio: Tecniche per il calcolo della frontiera efficiente n titoli | Elton e Gruber: cap 6 |
| 14 | ContraZIONE del rischio | Castagnoli, pag. 762 |
| 15 | Frontiera efficiente caso non singolare | Castagnoli: cap 26 pag 542 |
| 16 | Frontiera efficiente con due titoli | Castagnoli: es. n 1 pag 761 oppure Civitec e Zapatero: es 5.2 pag 161 |
| 17 | Frontiera efficiente con due titoli | Castagnoli: es. n 1 pag 761 oppure Civitec e Zapatero: es 5.2 pag 161 |
| 18 | Frontiera efficiente caso singolare | Castagnoli: cap 26 pag 542 |
| 19 | Teorema dei due fondi e dell'unico fondo | Castagnoli: cap 26 pag 560 |
| 20 | Modello ad indice singolo. CML e SML. CAPM con derivazione analitica | Elton e Gruber: cap 13 |
| 21 | Formula del prezzo del CAPM | Elton e Gruber: cap 13 |
| 22 | Zero Beta Portafoglio | Elton e Gruber: cap 15 pagg. 344-347 |
| 23 | Indicatori di performance di un portafoglio: Jensen, Treynor e Sharpe | Luenberger: cap 7.6 |
| 24 | APT | Elton e Gruber: cap 16 |
| 25 | Definizioni put e call americane ed europee | Hull: cap 1 e 8 |
| 26 | Proprietà delle opzioni: fattori che influenzano il prezzo delle opzioni europee e americane, put-call parity, Limite superiore ed inferiore delle puts e calls, Opzioni Americane: esercizio anticipato calls e puts. | Hull: cap 9 |

| | | |
|----|--|---|
| 27 | Spreads, Combinazioni sulle opzioni | Hull: cap 10 |
| 28 | Modello Binomiale Cox-Ross- Rubinstein | Hull: cap 11 oppure Civitec Zapatero: pagg. 88-90 |
| 29 | Probabilità neutrale nel modello binomiale | Luenberger: cap 12.5 |
| 30 | Probabilità neutrale al rischio: modello binomiale con portafoglio replicante e con con delta hedging. Prezzo di una call multiperiodale backward e con formula chiusa | Hull; cap 11; Rosazza Gianin e Sgarra: cap 3 |
| 31 | Probabilità neutrale al rischio: modello binomiale con portafoglio replicante e con con delta hedging. Prezzo di una call multiperiodale backward e con formula chiusa | Hull; cap 11; Rosazza Gianin e Sgarra: cap 3 |
| 32 | Distribuzione Lognormale dei prezzi e Equazione di Black and Scholes | Hull: cap 13 |
| 33 | Greche delle opzioni | Hull: cap 17; Rosazza Gianin e Sgarra: cap 7 |
| 34 | Opzioni esotiche: opzioni cash or nothing, chooser, barrier , lookback e opzioni asiatiche | Hull: cap 24; Rosazza Gianin e Sgarra: cap 9 |

VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

La prova d'esame tende ad accertare il raggiungimento degli obiettivi formativi e si svolge attraverso:

- prova scritta obbligatoria e successiva prova orale obbligatoria.

Alla prova scritta viene attribuito un punteggio massimo di 30 punti. La prova è superata se si riporta un punteggio almeno pari a 10.

Esiste anche una prova in itinere.

La prova in itinere permette agli studenti di sostenere lo scritto sui primi due moduli (completezza dei mercati, arbitraggio, teoria dell'utilità e teoria del portafoglio). A tale prova viene attribuito il punteggio massimo di 20 punti. La prova è superata se si riporta un punteggio almeno pari a 6. Gli studenti che superano tale prova possono, per completare la prova scritta, a scelta:

- A. completare lo scritto sul terzo modulo (modelli multi-indice ed opzioni) entro la prima sessione utile (appelli di gennaio e febbraio).
- B. svolgere delle esercitazioni in EXCEL che vengono assegnate durante il corso.

In entrambe le due scelte il punteggio massimo attribuito è 10 punti. La prova (A oppure B) è superata con un punteggio almeno pari a 4.

Il punteggio complessivo (max 30 punti) si ottiene dalla somma dei punteggi riportati nella prova intermedia e nella prova scelta per completare l'esame scritto (opzione A oppure B).

L'esame orale va completato entro la sessione in cui si è sostenuto l'esame scritto. Nel caso in cui non si sostiene l'esame orale in tempo utile, si deve rifare l'esame scritto.

Si hanno le seguenti fasce di ammissione all'esame orale:

Voto allo scritto: [10,16] -- voto max all'esame orale: 21

Voto allo scritto: [17,24] -- voto max all'esame orale: 26

Voto allo scritto: [25,30] -- voto max all'esame orale: 30L

ESEMPI DI DOMANDE E/O ESERCIZI FREQUENTI

1. Definire il certo equivalente.
 2. Enunciare gli assiomi della teoria dell'utilità.
 3. Enunciare il teorema di Von Neumann-Morgenstern.
 4. Definire il rendimento e la varianza per un portafoglio composto da n assets
 5. Enunciare il principio media varianza.
 6. Definire la frontiera efficiente nel caso di n titoli.
 7. Definire la frontiera efficiente nel caso di n titoli e del tasso risk-free.
 8. Definire la frontiera efficiente con e senza short sales.
 9. Enunciare il teorema dei due fondi.
 10. Enunciare il teorema dell'unico fondo.
 11. Dare la definizione dei principali indicatori di performance di un portafoglio
 12. Derivare analiticamente il CAPM
 13. Dare la definizione di rischio sistematico e specifico
 14. Dare la definizione di security market line e capital market line
 15. Definire la probabilità neutrale al rischio nel modello binomiale.
 16. Enunciare e dimostrare la put-call parity
 17. Definire le principali tipologie di combinazioni su opzioni
 18. Definire gli spreads.
 19. Dare la definizione di delta hedging.
 20. Dare la definizione di strategie delta, gamma e theta neutrali
 21. Giustificare sul piano finanziario la formula di Black and Scholes
-