



---

## ANALISI MATEMATICA II M - Z

MAT/05 - 9 CFU - 1° semestre

### Docente titolare dell'insegnamento

#### GIUSEPPA RITA CIRMI

**Email:** cirmi@dmi.unict.it

**Edificio / Indirizzo:** Dipartimento di Matematica e Informatica, 3° blocco, stanza n. 38, viale a.Doria  
6

**Telefono:** 0957383009

**Orario ricevimento:** Venerdì ore 11-14. Eventuali variazioni verranno comunicate su Studium

---

### OBIETTIVI FORMATIVI

Il corso ha la finalità di fornire allo studente le nozioni principali del calcolo differenziale ed integrale delle funzioni di più variabili, delle equazioni differenziali e degli sviluppi in serie di funzioni.

**Conoscenza e capacità di comprensione (Knowledge and understanding).** Lo studente apprenderà i concetti fondamentali del calcolo differenziale delle funzioni di più variabili e le sue applicazioni ai problemi di ottimizzazione libera e vincolata. Imparerà a calcolare integrali doppi e tripli e integrali su curve e superfici. Approfondirà la teoria e i metodi risolutivi delle equazioni differenziali ordinarie.

**Capacità di applicare conoscenza e di comprensione (Applying knowledge and understanding)** Lo studente non si limiterà ad imparare i singoli concetti ma sarà in grado di applicare le conoscenze acquisite nella modellizzazione matematica di problemi classici derivanti dalle Scienze Applicate.

**Autonomia di giudizio ( Making judgements)** Lo studente sarà stimolato a studiare alcuni argomenti non svolti a lezione per abituarsi ad approfondire autonomamente le proprie conoscenze e a svolgere esercizi sugli argomenti trattati. Sono previsti seminari per illustrare gli argomenti studiati ed esercitazioni in cui potrà confrontarsi criticamente con gli altri studenti per discutere e individuare le soluzioni corrette degli esercizi.

**Abilità comunicative ( Communication skills)** La frequenza alle lezioni e la lettura di libri consigliati aiuteranno lo studente a familiarizzare con il linguaggio matematico. Attraverso le esercitazioni e i seminari apprenderà a comunicare in modo chiaro e rigoroso le conoscenze acquisite, sia in forma orale che scritta.

**Capacità di apprendimento ( Learning skills)** Lo studente sarà guidato a perfezionare il proprio metodo di studio. In particolare, attraverso la preparazione dei seminari e delle esercitazioni sarà in grado di affrontare autonomamente nuovi argomenti riconoscendo i prerequisiti necessari per la loro comprensione.

## **MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DELL'INSEGNAMENTO**

I concetti e i metodi oggetto del corso saranno presentati mediante lezioni frontali. Per ogni argomento il docente svolgerà alcuni esercizi alla lavagna. Per sviluppare l'autonomia di giudizio e le abilità comunicative, e per rendere la partecipazione alle lezioni più attiva e fruttuosa, in alcune ore si svolgeranno esercitazioni guidate e seminari in occasione dei quali gli studenti potranno mettersi alla prova svolgendo esercizi, esponendo parti del programma o argomenti di approfondimento. Gli studenti potranno lavorare singolarmente o in gruppo e confrontarsi.

## **PREREQUISITI RICHIESTI**

Conoscenze di base del calcolo infinitesimale, differenziale e integrale delle funzioni di una variabile.

---

## **FREQUENZA LEZIONI**

I requisiti di frequenza sono quelli previsti dal Regolamento Didattico del CdS in Ingegneria Industriale.

---

## **CONTENUTI DEL CORSO**

### **1. Successioni e Serie di Funzioni.**

Successioni di funzioni: convergenza puntuale ed uniforme. Teoremi di continuità, integrabilità e derivabilità. Serie di funzioni: convergenza puntuale, uniforme e totale. Serie di potenze. Raggio e intervallo di convergenza di una serie di potenze. Criteri di Cauchy- Hadamard e D'Alambert. Teorema di Abel. Derivazione e integrazione delle serie di potenze. Serie di Taylor. Criterio di sviluppabilità in serie di Taylor. Sviluppi in serie delle funzioni  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\log(1+x)$ ,  $\arctg x$ ,  $(1+x)^a$ .

### **2. FUNZIONI DI PIU' VARIABILI.**

Richiami di topologia in  $\mathbb{R}^n$ . Limiti di funzioni di più variabili. Continuità. Derivate parziali. Derivate successive. Lemma di Schwarz. Differenziabilità. Relazioni tra continuità, esistenza delle derivate parziali e differenziabilità. Condizione sufficiente per la differenziabilità. Derivate direzionali. Derivazione delle funzioni composte. Funzioni con gradiente nullo. Funzioni definite mediante integrali. Estremi relativi. Condizione necessaria del 1° ordine. Condizione sufficiente del 2° ordine.

### **3. EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE .**

Il problema di Cauchy. Formulazione integrale del problema di Cauchy. Teorema di esistenza e unicità in piccolo. Teorema di esistenza ed unicità globale. Risoluzione di alcune equazioni differenziali del primo ordine: equazioni a variabili separabili, omogenee. Equazioni differenziali lineari. Proprietà generali. Metodo della variazione delle costanti. Equazione di Bernoulli. Equazioni omogenee a coefficienti costanti. Equazioni lineari a coefficienti costanti con termini noti di tipo particolare.

### **4. CURVE ED INTEGRALI CURVILINEI.**

Generalità sulle curve. Lunghezza di una curva. Integrale curvilineo di una funzione.

### **5. FORME DIFFERENZIALI LINEARI**

Forme differenziali lineari. Integrale curvilineo di una forma differenziale lineare. Forme differenziali esatte. Caratterizzazione delle forme differenziali esatte. Forme chiuse. Forme differenziali lineari su insiemi semplicemente connessi e su insiemi stellati.

## 6. INTEGRALI MULTIPLI

Misura secondo Peano-Jordan in  $\mathbb{R}^n$ . Integrale di Riemann. Condizioni per l'integrabilità. Proprietà dell'integrale di Riemann. Misura del cilindroide e degli insiemi normali. Formule di riduzione. Cambiamento di variabil. Cenni sugli integrali generalizzati. Formule di Gauss.

## 7. FUNZIONI IMPLICITE

Il Teorema del Dini per le equazioni. Teorema sulla derivazione delle funzioni implicite. Massimi e minimi condizionati. Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

---

## TESTI DI RIFERIMENTO

1. G. Fiorito, Analisi Matematica 2, Spazio Libri
2. N.Fusco, P.Marcellini, C.Sbordone, Analisi Matematica 2, Zanichelli
3. C.Pagani, S.Salsa, Analisi Matematica 2 , Zanichelli.
4. M.Bramanti, Esercitazioni di Analisi Matematica 2, Esculapio
5. P.Marcellini, C.Sbordone, Esercitazioni di Matematica, Vol.2, Parte I e II, Liguori

---

## ALTRO MATERIALE DIDATTICO

Tutte le comunicazioni ufficiali e il materiale didattico del corso verranno pubblicati su Studium.

---

## PROGRAMMAZIONE DEL CORSO

Argomenti	Riferimenti testi
1 Successioni di funzioni: convergenza puntuale ed uniforme. Teoremi di continuità, integrabilità e derivabilità. Serie di funzioni: convergenza puntuale, uniforme e totale. Serie di potenze. Sviluppi in serie notevoli	Testo 1 o 2
2 Limiti di funzioni di più variabili. Continuità. Derivate parziali e direzionali. Differenziabilità. Relazioni tra continuità, esistenza delle derivate parziali e differenziabilità.	Testo 1 o 2

---

3	Funzioni con gradiente nullo. Estremi relativi. Condizione necessaria del 1° ordine. Condizione sufficiente del 2° ordine. Estremi vincolati.	Testo 1 o 2
4	Risoluzione di alcune equazioni differenziali del primo ordine: equazioni a variabili separabili, lineari del primo ordine, di Bernoulli, omogenee	Testo 1
5	. Equazioni lineari di ordine n. Proprietà generali. Metodo della variazione delle costanti. Equazioni lineari a coefficienti costanti. Equazione di Eulero	Testo 1 o 2
6	Generalità sulle curve. Lunghezza di una curva. Integrale curvilineo di una funzione .	Testo 1 o 2
7	Integrale curvilineo di una forma differenziale lineare. Forme differenziali esatte. Caratterizzazione delle forme differenziali esatte. Forme chiuse. Forme differenziali lineari su insiemi semplicemente connessi	Testo 1 o 2
8	Integrale di Riemann. Condizioni per l'integrabilità. Misura del cilindroide e degli insiemi normali. Formule di riduzione. Cambiamento di variabili.	Testo 1 o 2

## VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

### MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

L'esame consiste in una prova scritta ed in un colloquio orale. La prova scritta è composta da due parti:

A) quesiti teorici, anche a risposta multipla

B) esercizi tecnici

Per potere essere ammesso al colloquio orale il candidato dovrà avere riportato una votazione maggiore o uguale a 18/30 in ciascuna delle parti A e B.

Accedono al colloquio orale gli studenti che superano la prova scritta. Il colloquio orale potrà essere svolto entro la sessione in cui è stata svolta la prova scritta. Esso sarà finalizzato soprattutto a valutare la padronanza degli argomenti e le capacità espositive.

Sono previste una prova in itinere da svolgersi nel mese di dicembre sulla parte di programma svolta e una prova di fine corso da svolgersi immediatamente dopo la fine delle lezioni sulla rimanente parte del programma. Le date delle prove in itinere e di fine corso verranno concordate con gli studenti.

La prova in itinere consiste in una prova scritta composta da due parti:

A) quesiti teorici, anche a risposta multipla

B) esercizi tecnici

Gli studenti che avranno riportato una votazione maggiore o uguale a 18/30 in ciascuna delle parti A e B accedono alla prova di fine corso .

La prova di fine corso si svolgerà con le stesse modalità dell'esame finale.

La prenotazione per un appello d'esame, prova in itinere o di fine corso è **obbligatoria** e deve essere fatta **esclusivamente via internet** attraverso il portale studenti entro il periodo previsto.

## **ESEMPI DI DOMANDE E/O ESERCIZI FREQUENTI**

### **Esempi di domande frequenti**

1. Relazione tra convergenza puntuale, uniforme e totale per le serie di funzioni.
2. Insieme di convergenza di una serie di potenze.
3. Sviluppi in serie.
4. Relazioni tra continuità, esistenza delle derivate parziali e differenziabilità.
5. Estremi relativi di una funzione di più variabili,; condizioni necessaria e sufficienti.
6. Rettificabilità e lunghezza di una curva.
7. Forme differenziali esatte e forme differenziali chiuse.
8. Integrale generale delle equazioni lineari omogenee.

### **Esempi di esercizi frequenti**

1. Determinare gli estremi relativi e assoluti di una funzione di due variabili.
  2. Determinare l'integrale generale di una equazione differenziale.
  3. Calcolare un integrale doppio o triplo.
  4. Calcolare l'integrale curvilineo di una forma differenziale.
  5. Studiare una serie di potenze.
-