



UNIVERSITÀ
degli STUDI
di CATANIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E ARCHITETTURA
(DICAR)

Corso di laurea in Ingegneria civile e ambientale

Anno accademico 2018/2019 - 1° anno

ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA M - Z

MAT/03 - 9 CFU - 2° semestre

Docente titolare dell'insegnamento

LUCIA MARIA MARINO

Email: lmarino@dmi.unict.it

Edificio / Indirizzo: III BLOCCO, stanza n°41 Viale Andrea Doria n°6, 95125 Catania

Telefono: 0957383006

Orario ricevimento: giovedì ore 11-13

OBIETTIVI FORMATIVI

Il corso introduce allo studio dei sistemi lineari, delle applicazioni lineari, alla ricerca di autovalori di matrici e alla diagonalizzazione di matrici. Si affronta lo studio della geometria lineare, specificatamente rette e piani, delle coniche nel piano e delle quadriche nello spazio.

MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DELL'INSEGNAMENTO

Lezioni frontali. Esercitazioni di gruppo. Verifiche in aule.

Prove in itinere

Sono previste due prove in itinere (durata 2 ore la prima e 2 ore la seconda) durante il corso.

Lo studente è tenuto a frequentare almeno il 70% delle lezioni del corso per poter sostenere le prove in itinere. La frequenza è, comunque, consigliata per sostenere la prova d'esame.

La prima prova in itinere è costituita da esercizi in accordo alle competenze erogate nelle Unità Didattiche riguardanti l'Algebra Lineare. Il superamento della prima prova in itinere permette di acquisire fino a 15 (superamento della prova con voto pari a 9).

La seconda prova in itinere è costituita da esercizi in accordo alle competenze erogate nelle Unità Didattiche riguardanti Geometria, della durata di 2 ore.

La partecipazione alla seconda prova è indipendente dalla partecipazione alla prima e dal risultato della prima prova eventualmente sostenuta. Questa seconda prova permette di ottenere un voto massimo di 15 (superamento della prova con voto pari a 9).

PREREQUISITI RICHIESTI

Equazioni e disequazioni di vario grado e tipo. Nozioni di base di algebra. Nozioni di base di geometria

FREQUENZA LEZIONI

Lo studente deve possedere almeno il 70% delle presenze alle lezioni del corso per potere accedere alle due prove in itinere (una di algebra e l'altra di geometria).

CONTENUTI DEL CORSO

Algebra

1. Generalità sugli insiemi, operazioni. Applicazioni tra insiemi, immagine e controimmagine, iniettività, suriettività, applicazioni biettive. Insiemi con operazioni, le principali strutture geometriche: gruppi, anelli, campi.
2. Generalità sulle matrici. Rango. Determinanti e loro proprietà. I teoremi di Laplace*. Inversa di una matrice quadrata. Calcolo dell'inversa di una matrice quadrata. Teorema di Binet*. Matrici ridotte e metodo di riduzione. Prodotto di matrici. Sistemi lineari, Teorema di Rouché-Capelli. Risoluzione dei sistemi lineari col metodo di riduzione (di Gauss), incognite libere. Sistemi omogenei. Teorema di Cramer.
3. Spazi vettoriali e loro proprietà. Esempi. Sottospazi. Intersezione, unione e somma di sottospazi. Indipendenza lineare, relativo criterio. Generatori di uno spazio. Base di uno spazio, metodo degli scarti successivi, completamento ad una base. Lemma di Steinitz*, dimensione di uno spazio vettoriale. Formula di Grassmann*. Somme dirette. Teorema di Kronecker. Dimostrazione del Teorema di Rouché-Capelli. Sistemi omogenei e sottospazio delle soluzioni.
4. Applicazioni lineari e loro proprietà. Nucleo ed immagine di un'applicazione lineare. Iniettività, suriettività, isomorfismi. Lo spazio $L(V,W)$, suo isomorfismo* con $K^{m,n}$. Studio delle applicazioni lineari. Cambio di base, matrici simili.
5. Autovalori, autovettori ed autospazi di un endomorfismo. Polinomio caratteristico. Dimensione degli autospazi. Indipendenza degli autovettori. Endomorfismi semplici e diagonalizzazione di matrici.

Geometria:

1. I vettori dello spazio ordinario. Somma di vettori, prodotto di un numero per un vettore. Prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto. Componenti dei vettori ed operazioni mediante componenti. Geometria lineare nello spazio. Coordinate cartesiane e coordinate omogenee. I piani e loro equazioni. Le rette, loro rappresentazione. Elementi impropri. Proprietà angolari di rette e piani. Distanze. Fasci di piani. Geometria lineare nel piano. Coordinate cartesiane e coordinate omogenee. Rette e loro equazioni. Intersezioni tra rette. Coefficiente angolare. Distanze. Fasci di rette.
2. Cambiamenti di coordinate nel piano, rotazioni e traslazioni. Coniche e matrici associate, invarianti ortogonali. Equazioni ridotte, riduzione di una conica a forma canonica. Classificazione delle coniche irriducibili. Studio delle coniche in forma canonica. Circonferenze. Rette tangenti. Fasci di coniche e loro uso per determinare coniche particolari.
3. Quadriche nello spazio e matrici associate. Quadriche irriducibili. Vertici e quadriche degeneri. Coni e

cilindri, loro sezioni. Equazioni ridotte, riduzione di una quadrica a forma canonica. Classificazione delle quadriche non degeneri. Sezioni di quadriche con rette e piani. Rette e piani tangenti.

Le dimostrazioni dei teoremi contrassegnati con * si possono omettere

TESTI DI RIFERIMENTO

Bonacini, Cinquegrani, Marino: **Algebra Lineare: esercizi svolti** Ed. Cavallotto

Bonacini, Cinquegrani, Marino: **Geometria: esercizi svolti**. Ed. Cavallotto

S. Giuffrida - A. Ragusa, *Corso di Algebra Lineare*, Il Cigno Galileo Galilei.

G. Paxia, *Lezioni di Geometria*, Spazio Libri

ALTRO MATERIALE DIDATTICO

<http://www.dmi.unict.it/~Imarino/>

PROGRAMMAZIONE DEL CORSO

Argomenti	Riferimenti testi
1 Introduzione alla teoria degli insiemi. Introduzione ai campi e spazi vettoriali. determinante di una matrice. Calcolo del rango e riduzione di una matrice. risoluzione dei sistemi lineari. Ore : 9 ore	appunti del docente, libro di teoria: capitoli 1,3. Libri di esercizi: capitolo 1
2 Operazioni con le matrici. Ore: 2	appunti del docente, libro di teoria capitolo 3, libro di esercizi capitolo 1
3 Spazi vettoriali. Generatori e insiemi liberi. Sottospazi. Base e componenti rispetto a una base. Dimensione di uno spazio vettoriale. Ore: 9	appunti del docente, libro di teoria capitolo 2, libro di esercizi capitolo 2
4 Somma e intersezione di spazi vettoriali. Estrazione di una base da un sistema di generatori e completamento a una base di un insieme libero. Ore: 2	appunti del docente, libro di teoria capitolo 2, libro di esercizi capitolo 2
5 Applicazioni lineari e loro assegnazione. Studio di un'applicazione lineare. Calcolo di immagini e controimmagini. Ore : 10	appunti del docente, libro di teoria capitolo 4, libro di esercizi capitolo 3, 4
6 Matrici di cambio base matrici simili. Operazioni con applicazioni lineari. Ore: 2	appunti del docente, libro di teoria capitolo 4, libro di esercizi capitolo 5

7	Autovalori, autovettori e autospazii. Polinomio caratteristico. Molteplicità algebrica e geometrica di un autosalone. Endomorfismi semplici. Diagonalizzazione di una matrice. Ore : 9	appunti del docente, libro di teoria capitolo 5, libro di esercizi capitolo 6
8	Applicazioni sotto condizione. Restrizioni ed estensioni di applicazioni lineari. Ore : 2	appunti del docente, libro di teoria capitolo 5, libro di esercizi capitolo 7, 8
9	Generalità sul calcolo vettoriale. Coordinate cartesiane e coordinate omogenee. Assegnazione di una retta e di un piano e loro equazioni. Punti impropri. Intersezioni. Parallelismo e ortogonalità. Fasci di rette e piani. Distanze. Ore: 10	appunti del docente, libro di teoria capitolo 1, 2, 3, libro di esercizi capitolo 1
10	Angoli. Proiezioni ortogonali. Rette bisettrici e piani biscezzanti. Simmetrie. Luoghi di rette. Ore: 3	appunti del docente, libro di teoria capitolo 1, 2, 3, libro di esercizi capitolo 1
11	Coniche e matrici associate. Cambiamenti di coordinate nel piano, invariati ortogonali ed equazioni ridotte di una conica. Classificazione delle coniche. Circonferenze. Rette tangenti. Fasci di coniche. Ore: 8	appunti del docente, libro di teoria capitolo 4, libro di esercizi capitolo 2
12	Studio completo delle coniche. Coniche sotto condizione. Ore: 4	appunti del docente, libro di teoria capitolo 4, libro di esercizi capitolo 2
13	Quadriche e matrici associate. Quadriche irriducibili. Vertici di una quadrica e quadriche degeneri. Conica all'infinito. Coni e cilindri. Equazioni ridotte di una quadriga. Classificazione delle quadriche non degeneri. Ore: 7	appunti del docente, libro di teoria capitolo 5, libro di esercizi capitolo 3
14	Tangenza. Coniche sezioni di una quadriga. Sfere. Ore : 2	appunti del docente, libro di teoria capitolo 5, libro di esercizi capitolo 3

VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Prenotazione

La prenotazione per ogni appello d'esame è obbligatoria e deve essere fatta esclusivamente via internet dal portale studenti di Ateneo. Gli esami sono pubblicati sul portale di Ateneo e sulla pagina del CdS

Durante il corso sono previste DUE PROVE IN ITINERE (entrambe della durata di due ore).

La prima prova in itinere che riguarderà la parte di Algebra si terrà nella settimana di pausa didattica a fine Aprile.

(Superamento con voto pari a 6 e un voto massimo pari a 15).

La seconda prova in itinere che riguarderà la parte di Geometria si terrà a fine corso.

(Superamento con voto pari a 6 e un voto massimo pari a 15).

La partecipazione alla seconda prova è indipendente dalla partecipazione alla prima o dal risultato della prima prova eventualmente sostenuta.

Il superamento di entrambe le prove farà sì che l'esame finale sia costituito solo dalla prova orale da sostenere entro la fine dell'anno accademico in corso (Settembre dello stesso anno).

La prova orale riguarderà solo gli argomenti affrontati durante il corso.

Lo studente che abbia superato una sola delle due prove in itinere può sostenere la prova non superata entro la fine dell'anno accademico in corso (Settembre dello stesso anno).

Lo studente che non abbia superato nessuna delle due prove in itinere o che non si fosse mai presentato deve necessariamente sostenere sia una prova scritta che una prova orale. La prova scritta, propedeutica a quella orale, della durata di tre ore riguarderà il programma di Algebra e Geometria (superamento della prova scritta con voto pari a 12 e un voto massimo pari a 30).

La valutazione dell'esame è basata sui seguenti criteri: livello di conoscenza degli argomenti richiesti, capacità espressiva e proprietà di linguaggio matematico, capacità di applicare le conoscenze a semplici casi studio, capacità di collegamento dei diversi temi del programma di insegnamento.

ESEMPI DI DOMANDE E/O ESERCIZI FREQUENTI

.

Esercizi di Algebra Lineare

1. Studio di un'applicazione lineare al variare del parametro, determinandone nucleo e immagine.
2. Studio della semplicità di un'endomorfismo al variare del parametro, determinandone, quando possibile una base di autovettori.
3. Calcolo della controimmagine di un vettore, quindi risoluzione di un sistema lineare, al variare del parametro reale, controimmagine di uno spazio vettoriale, immagine di uno spazio vettoriale.
4. Somma diretta, operazioni con le applicazioni lineari, applicazioni lineari indotte, restrizioni e d estensioni.

Esercizi di Gemetria

1. esercizi di geometria lineare nello spazio: parallelismo e perpendicolarità, distanze, proiezioni ortogonali, angoli
2. Studio di un fascio di coniche, già assegnato o da determinare. Studio completo di una conica. Coniche sottocondizione.
3. Studio di quadriche al variare del paraemtro. Quadriche sotto condizioni.
