



UNIVERSITÀ
degli STUDI
di CATANIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E ARCHITETTURA
(DICAR)

Corso di laurea in Ingegneria civile e ambientale

Anno accademico 2017/2018 - 1° anno

ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA M - Z

MAT/03 - 9 CFU - 2° semestre

Docente titolare dell'insegnamento

LUCIA MARIA MARINO

Email: lmarino@dmi.unict.it

Edificio / Indirizzo: III BLOCCO, stanza n°41 Viale Andrea Doria n°6, 95125 Catania

Telefono: 0957383006

Orario ricevimento: martedì ore 11-13

OBIETTIVI FORMATIVI

Il corso introduce allo studio dei sistemi lineari, delle applicazioni lineari, alla ricerca di autovalori di matrici e alla diagonalizzazione di matrici. Si affronta lo studio della geometria lineare, specificatamente rette e piani, delle coniche nel piano e delle quadriche nello spazio.

PREREQUISITI RICHIESTI

Equazioni e disequazioni di vario grado e tipo. Nozioni di base di algebra. Nozioni di base di geometria analitica. Trigonometria

FREQUENZA LEZIONI

Lo studente deve possedere almeno il 70% delle presenze alle lezioni del corso per potere accedere alle due prove in itinere (una di algebra e l'altra di geometria).

CONTENUTI DEL CORSO

Algebra

1. Generalità sugli insiemi, operazioni. Applicazioni tra insiemi, immagine e controimmagine, iniettività, suriettività, applicazioni biettive. Insiemi con operazioni, le principali strutture geometriche: gruppi, anelli, campi.

2. Generalità sulle matrici. Rango. Determinanti e loro proprietà. I teoremi di Laplace*. Inversa di una matrice quadrata. Calcolo dell'inversa di una matrice quadrata. Teorema di Binet*. Matrici ridotte e metodo di riduzione. Prodotto di matrici. Sistemi lineari, Teorema di Rouché-Capelli. Risoluzione dei

sistemi lineari col metodo di riduzione (di Gauss), incognite libere. Sistemi omogenei. Teorema di Cramer.

3. Spazi vettoriali e loro proprietà. Esempi. Sottospazi. Intersezione, unione e somma di sottospazi. Indipendenza lineare, relativo criterio. Generatori di uno spazio. Base di uno spazio, metodo degli scarti successivi, completamento ad una base. Lemma di Steinitz*, dimensione di uno spazio vettoriale. Formula di Grassmann*. Somme dirette. Teorema di Kronecker. Dimostrazione del Teorema di Rouché-Capelli. Sistemi omogenei e sottospazio delle soluzioni.

4. Applicazioni lineari e loro proprietà. Nucleo ed immagine di un'applicazione lineare. Iniettività, suriettività, isomorfismi. Lo spazio $L(V,W)$, suo isomorfismo* con $K^{m,n}$. Studio delle applicazioni lineari. Cambio di base, matrici simili.

5. Autovalori, autovettori ed autospazi di un endomorfismo. Polinomio caratteristico. Dimensione degli autospazi. Indipendenza degli autovettori. Endomorfismi semplici e diagonalizzazione di matrici.

Geometria:

1. I vettori dello spazio ordinario. Somma di vettori, prodotto di un numero per un vettore. Prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto. Componenti dei vettori ed operazioni mediante componenti. Geometria lineare nello spazio. Coordinate cartesiane e coordinate omogenee. I piani e loro equazioni. Le rette, loro rappresentazione. Elementi impropri. Proprietà angolari di rette e piani. Distanze. Fasci di piani. Geometria lineare nel piano. Coordinate cartesiane e coordinate omogenee. Rette e loro equazioni. Intersezioni tra rette. Coefficiente angolare. Distanze. Fasci di rette.

2. Cambiamenti di coordinate nel piano, rotazioni e traslazioni. Coniche e matrici associate, invarianti ortogonali. Equazioni ridotte, riduzione di una conica a forma canonica. Classificazione delle coniche irriducibili. Studio delle coniche in forma canonica. Circonferenze. Rette tangenti. Fasci di coniche e loro uso per determinare coniche particolari.

3. Quadriche nello spazio e matrici associate. Quadriche irriducibili. Vertici e quadriche degeneri. Coni e cilindri, loro sezioni. Equazioni ridotte, riduzione di una quadrica a forma canonica. Classificazione delle quadriche non degeneri. Sezioni di quadriche con rette e piani. Rette e piani tangenti.

Le dimostrazioni dei teoremi contrassegnati con * si possono omettere

TESTI DI RIFERIMENTO

Bonacini, Cinquegrani, Marino: Algebra Lineare: esercizi svolti Ed. Cavallotto

Bonacini, Cinquegrani, Marino: Geometria: esercizi svolti. Ed. Cavallotto

S. Giuffrida - A. Ragusa, Corso di Algebra Lineare, Il Cigno Galileo Galilei.

G. Paxia, Lezioni di Geometria, Spazio Libri

ALTRO MATERIALE DIDATTICO

<http://www.dmi.unict.it/~lmarino/>

<http://studium.unict.it/>

PROGRAMMAZIONE DEL CORSO

	* Argomenti	Riferimenti testi
1	* Introduzione alla teoria degli insiemi. Introduzione ai campi e spazi vettoriali. Determinante di una matrice. Calcolo del rango e riduzione di una matrice. Risoluzione dei sistemi lineari.	Libro di teoria: capitoli 1, 3. Libro di esercizi: capitolo 1
2	* Operazioni con le matrici.	Libro di teoria: capitolo 3 Libro di esercizi: capitolo 1
3	* Spazi vettoriali. Generatori e insiemi liberi. Sottospazi. Base e componenti rispetto a una base. Dimensione di uno spazio vettoriale.	Libro di teoria: capitolo 2 Libro di esercizi: capitolo 2
4	Somma e intersezione di spazi vettoriali. Estrazione di una base da un sistema di generatori e completamento a base di un insieme libero.	Libro di teoria: capitolo 2 Libro di esercizi: capitolo 2
5	* Applicazioni lineari e loro assegnazione. Studio di un'applicazione lineare. Calcolo di immagini e controimmagini.	Libro di teoria: capitolo 4 Libro di esercizi: capitoli 3, 4
6	Matrici di cambio base e matrici simili. Operazioni con applicazioni lineari.	Libro di teoria: capitolo 4 Libro di esercizi: capitolo 5
7	* Autovalori, autovettori e autospazi. Polinomio caratteristico. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Endomorfismi semplici. Diagonalizzazione di una matrice.	Libro di teoria: capitolo 5 Libro di esercizi: capitolo 6
8	Applicazioni sotto condizione. Restrizioni ed estensioni di applicazioni lineari.	Libro di teoria: capitolo 5 Libro di esercizi: capitoli 7, 8
9	* Generalità sul calcolo vettoriale. Coordinate cartesiane e coordinate omogenee. Assegnazione di una retta e di un piano e loro equazioni. Punti impropri. Intersezioni. Parallelismo e ortogonalità. Fasci di rette e piani. Distanze.	Libro di teoria: capitoli 1, 2, 3, Libro di esercizi: capitolo 1
10	Angoli. Proiezioni ortogonali. Rette bisettrici e piani bisettori. Simmetrie. Luoghi di rette.	Libro di teoria: capitoli 1, 2, 3 Libro di esercizi: capitolo 1
11	* Coniche e matrici associate. Cambiamenti di coordinate nel piano, invarianti ortogonali ed equazioni ridotte di una conica. Classificazione delle coniche. Circonferenze. Rette tangenti. Fasci di coniche.	Libro di teoria: capitolo 4 Libro di esercizi: capitolo 2
12	Studio completo delle coniche. Coniche sotto condizione.	Libro di teoria: capitolo 4 Libro di esercizi: capitolo 2

13 * Quadriche e matrici associate. Quadriche irriducibili. Vertici di una quadrica e quadriche degeneri. Conica all'infinito. Coni e cilindri. Equazioni ridotte di una quadrica. Classificazione delle quadriche non degeneri. Libro di teoria: capitolo 5 Libro di esercizi: capitolo 3

14 Tangenza. Coniche sezione di una quadrica. Sfere. Libro di teoria: capitolo 5 Libro di esercizi: capitolo 3

* Conoscenze minime irrinunciabili per il superamento dell'esame.

N.B. La conoscenza degli argomenti contrassegnati con l'asterisco è condizione necessaria ma non sufficiente per il superamento dell'esame. Rispondere in maniera sufficiente o anche più che sufficiente alle domande su tali argomenti non assicura, pertanto, il superamento dell'esame.

VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

La prova d'esame è composta da una prova scritta e una prova orale obbligatoria, cui si accede dopo aver superato la prova scritta (superamento della prova con 12/30).

PROVE IN ITINERE

Sono previste due prove in itinere (durata 2 ore la prima e 2 ore la seconda) durante il corso.

Lo studente è tenuto a frequentare almeno il 70% delle lezioni del corso per poter sostenere le prove in itinere. La frequenza è, comunque, consigliata per sostenere la prova d'esame.

La prima prova in itinere è costituita da esercizi in accordo alle competenze erogate nelle Unità Didattiche 1,2,3,4. Il superamento della prima prova in itinere permette di acquisire fino a 12 (superamento della prova con voto pari a 6).

La seconda prova in itinere è costituita da esercizi in accordo alle competenze erogate nelle Unità Didattiche 5,6,7, della durata di 2 ore.

La partecipazione alla seconda prova è indipendente dalla partecipazione alla prima e dal risultato della prima prova eventualmente sostenuta. Questa seconda prova permette di ottenere un voto massimo di 12 (superamento della prova con voto pari a 6).

Lo studente che abbia superato entrambe le prove in itinere deve integrare le due prove in itinere con la prova orale da svolgere negli appelli regolari per il superamento dell'esame.

Lo studente che abbia superato una sola delle due prove in itinere deve integrare la prova in itinere superata con una prova scritta riguardante la parte del programma rimanente. Il superamento di questa prova scritta (che avviene con un voto di 6/15) consente di accedere all'orale.

ESEMPI DI DOMANDE E/O ESERCIZI FREQUENTI

Esercizi di Algebra Lineare

1. Studio di un'applicazione lineare al variare del parametro, determinandone nucleo e immagine.
2. Studio della semplicità di un'endomorfismo al variare del parametro, determinandone, quando possibile una base di autovettori.
3. Calcolo della controimmagine di un vettore, quindi risoluzione di un sistema lineare, al variare del parametro reale, controimmagine di uno spazio vettoriale, immagine di uno spazio vettoriale.
4. Somma diretta, operazioni con le applicazioni lineari, applicazioni lineari indotte, restrizioni e d estensioni.

Esercizi di Gemetria

1. esercizi di geometria lineare nello spazio: parallelismo e perpendicolarità, distanze, proiezioni ortogonali, angoli
 2. Studio di un fascio di coniche, già assegnato o da determinare. Studio completo di una conica. Conichesottocondizione.
 3. Studio di quadriche al variare del paraemtro. Quadriche sotto condizioni.
-