



---

## ANALISI MATEMATICA I - canale 3

MAT/05 - 9 CFU - Insegnamento annuale

### Docente titolare dell'insegnamento

#### SUNRA JOHANNES NIKOLAJ MOSCONI

**Email:** mosconi@dmi.unict.it

**Edificio / Indirizzo:** Dipartimento di Matematica e Informatica

**Telefono:** 0957383000

**Orario ricevimento:** Martedì 14-16.

---

### OBIETTIVI FORMATIVI

Fornire conoscenze e competenze fondamentali riguardanti il Calcolo Differenziale, le Serie numeriche ed il Calcolo Integrale.

### PREREQUISITI RICHIESTI

Buone conoscenze di base di aritmetica, algebra, trigonometria, geometria analitica.

---

### FREQUENZA LEZIONI

Lo studente è tenuto a frequentare almeno il 70% delle lezioni del corso per poter sostenere le prove in itinere. La frequenza non è richiesta, seppure fortemente consigliata, per sostenere la prova di esame.

---

### CONTENUTI DEL CORSO

1. SISTEMI NUMERICI. Maggiorante e minorante di un insieme. Estremo superiore e estremo inferiore. Proprietà dell'estremo superiore. Campi e Campi ordinati. Il Campo dei numeri reali. Proprietà di Archimede. Densità. Radice n-esima. Potenza ad esponente razionale e reale. Logaritmo di un numero reale positivo. Il sistema esteso dei numeri reali. Forma algebrica dei numeri complessi. Forma trigonometrica dei numeri complessi. Radici nel campo complesso.
2. LIMITI DELLE FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE REALE. Cenni di topologia. Teorema di Bolzano Weierstrass. Funzioni reali di una variabile reale. Operazioni tra funzioni. Funzione inversa e funzione composta. Estremi assoluti e relativi di una funzione. Limiti delle funzioni reali. Unicità del limite. Teorema di permanenza del segno. Teorema di confronto. Operazioni sui limiti. Forme indeterminate. Limiti delle funzioni monotone. Infinitesimi e infiniti. Asintoti. Successioni numeriche. Limiti di successioni. Caratterizzazione della nozione di limite di una funzione in termini

di limiti di successioni. Il numero di Nepero. Limiti notevoli. Applicazione al calcolo di limiti. Successioni estratte. Massimo e minimo limite di una successione. Successioni di Cauchy. Criterio di Cauchy per la convergenza di una successione.

3. FUNZIONI CONTINUE. Definizione di continuità. Continuità delle funzioni elementari. Continuità delle funzioni composte e delle funzioni inverse. Caratterizzazione della continuità mediante le successioni. Singolarità di una funzione. Teorema di esistenza degli zeri. Teorema di Weierstrass. Teorema di Darboux sui valori intermedi. Uniforme continuità. Teorema di Cantor. Altre condizioni sufficienti per l'uniforme continuità.
4. CALCOLO DIFFERENZIALE. Definizione di derivabilità e di derivata: suo significato geometrico. Punti angolosi e cuspidi. Derivabilità e continuità. Derivate delle funzioni elementari. Algebra delle derivate. Derivate delle funzioni composte e delle funzioni inverse. Differenziale. Derivate di ordine superiore. Massimi e minimi relativi. Teorema di Fermat. Teoremi di Rolle, Cauchy e Lagrange. Caratterizzazione della monotonia per le funzioni derivabili. Funzioni con derivata nulla in un intervallo. Derivate di ordine superiore. Teoremi di de L'Hopital. La formula di Taylor. Funzioni convesse in un intervallo. Studio qualitativo del grafico di una funzione. Successioni ricorsive.
5. SERIE NUMERICHE. Carattere di una serie. Serie resto. Operazioni con le serie. Serie armonica, di Mengoli e geometrica. Criterio di convergenza di Cauchy. Condizione necessaria per la convergenza. Serie a termini non negativi. Criterio del confronto, del rapporto, della radice. Criterio di Raabe. Criterio di condensazione di Cauchy. Serie assolutamente convergenti. Serie a termini di segno alterno. Teorema di Leibniz. Proprietà associativa e commutativa. Serie prodotto secondo Cauchy. Teorema di Mertens.
6. INTEGRAZIONE SECONDO RIEMANN. Integrabilità ed integrale secondo Riemann. Definizioni, proprietà e significato geometrico. Integrabilità delle funzioni continue. Integrabilità, delle funzioni monotone. Integrabilità delle funzioni generalmente continue e limitate. Esempio di funzione non integrabile. Proprietà degli integrali. Integrabilità del valore assoluto di una funzione integrabile. Teorema del valore medio. Primitive. Funzione integrale di una funzione continua. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Teorema di Torricelli. Integrale indefinito. Integrazione per parti e per sostituzione. Integrazione delle funzioni razionali. Integrazione per razionalizzazione di alcune classi di funzioni irrazionali e trascendenti. Integrali impropri. Criteri di sommabilità e di assoluta sommabilità. Integrali impropri e serie.

---

## TESTI DI RIFERIMENTO

1. Di Fazio G., Zamboni P., Analisi Matematica 1, Monduzzi Editoriale.
2. Di Fazio G., Zamboni P., Eserciziari per l'Ingegneria, Analisi Matematica 1, EdiSES.
3. D'Apice C., Manzo R. Verso l'esame di Matematica, vol. 1 e 2, Maggioli editore.

## ALTRO MATERIALE DIDATTICO

Del materiale didattico si può trovare sul sito <http://studium.unict.it/dokeos/2016/>

---

## PROGRAMMAZIONE DEL CORSO

\* **Argomenti**

**Riferimenti testi**

---

1	SISTEMI NUMERICI	Testo 1 Cap. 1 e 2, Testo 2 cap. 2, Testo 3 cap. 1,.
2	* LIMITI DELLE FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE REALE	Testo 1 cap. 3 e 5, Testo 2 cap. 3, Testo 3 cap. 2.
3	* FUNZIONI CONTINUE	Testo 1 cap. 5, Testo 2 cap. 4.
4	* CALCOLO DIFFERENZIALE	Testo 1 cap. 6 e 7, Testo 2 cap. 5, Testo 3 cap. 3.
5	* SERIE NUMERICHE	Testo 1 cap. 4, Testo 2 cap. 6, Testo 3 cap. 4.
6	* INTEGRAZIONE SECONDO RIEMANN	Testo 1 cap. 8 e 9, Testo 2 cap. 7, Testo 3 cap. 5.

\* Conoscenze minime irrinunciabili per il superamento dell'esame.

**N.B.** La conoscenza degli argomenti contrassegnati con l'asterisco è condizione necessaria ma non sufficiente per il superamento dell'esame. Rispondere in maniera sufficiente o anche più che sufficiente alle domande su tali argomenti non assicura, pertanto, il superamento dell'esame.

## VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

### MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Sono previste due prove (durata 2 ore e trenta minuti). La prima prova riguarda le UDE 1,2,3,4. La prova è divisa nelle parti A, B e C. Nella parte A si richiedono il calcolo di un limite, una definizione, la dimostrazione di un teorema, e lo studio di una funzione. La parte B consiste in un test a risposta multipla. La parte C consiste in tre quesiti di natura qualsiasi inerenti le quattro UDE. I quesiti delle parti A e B costituiscono le competenze minime. Il voto minimo è 18/30. Il voto massimo con le sole competenze minime è 23/30. Il voto massimo senza esame orale è 30/30. La seconda prova riguarda le UDE 5, 6. La prova è divisa nelle parti A, B e C. Nella parte A sono assegnati lo studio del carattere di una serie, una definizione e la dimostrazione di un teorema. Nella parte B sono assegnati il calcolo di un integrale, una definizione e la dimostrazione di un teorema. La parte C consiste in tre quesiti di natura qualsiasi inerenti le due UDE. I quesiti delle parti A e B costituiscono le competenze minime. Il voto minimo è 18/30. Il voto massimo con le sole competenze minime è 23/30. Il voto massimo senza esame orale è 30/30. Il voto finale sarà la media aritmetica dei voti conseguiti nelle due prove. In alternativa si può scegliere di sostenere una unica prova d'esame composta da una prova scritta e una successiva prova orale.

### PROVE IN ITINERE

Sono previste due prove in itinere (durata 2 ore e trenta minuti).

La prima prova in itinere riguarda le UDE 1,2,3,4. La prova è divisa nelle parti A, B e C. Nella parte A si richiedono il calcolo di un limite, una definizione, la dimostrazione di un teorema, e lo studio di una funzione. La parte B consiste in un test a risposta multipla. La parte C consiste in tre quesiti di natura qualsiasi inerenti le quattro UDE. I quesiti delle parti A e B costituiscono le competenze minime. Il voto minimo è 18/30. Il voto massimo con le sole competenze minime è 23/30. Il voto massimo senza esame orale è 30/30.

La seconda prova in itinere riguarda le UDE 5, 6. La prova è divisa nelle parti A, B e C. Nella parte A sono assegnati lo studio del carattere di una serie e la dimostrazione di un teorema o una definizione. Nella

parte B sono assegnati il calcolo di un integrale e la dimostrazione di un teorema o una definizione. La parte C consiste in tre quesiti di natura qualsiasi inerenti le due UDE. I quesiti delle parti A e B costituiscono le competenze minime. Il voto minimo è 18/30. Il voto massimo con le sole competenze minime è 23/30. Il voto massimo senza esame orale è 30/30.

Il voto finale sarà la media aritmetica dei voti conseguiti nelle due prove.

Qualora la prima prova in itinere venisse superata, lo studente potrà sostenere la seconda prova in itinere al massimo cinque volte mantenendo il voto della prima prova in itinere.

#### **PROVE DI FINE CORSO**

E' prevista una prova di fine corso in alternativa alle due prove in itinere, così come descritto nelle modalità di esame.

#### **ESEMPI DI DOMANDE E/O ESERCIZI FREQUENTI**

**Esempi di domande:** Teorema di unicità del limite, Teorema della permanenza del segno, Teoremi del confronto per i limiti, Teorema sul limite delle funzioni monotone, Teorema di esistenza degli zeri, Teorema di Weierstrass, Derivabilità implica continuità, Teorema di Fermat, Caratterizzazione funzioni crescenti tramite segno derivata prima, Funzioni a derivata nulla, Teoremi della radice e del rapporto, Teorema di Leibnitz, Condizione di integrabilità secondo Riemann, Integrabilità funzioni continue e delle funzioni monotone, Funzioni integrabili in senso improprio e in senso generalizzato.

**Esempi di esercizi:** Limiti di successioni e di funzioni, Calcolo di derivate di funzioni, Studio del carattere di una serie, Calcolo di integrali definiti e indefiniti.

---