



UNIVERSITÀ
degli STUDI
di CATANIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E ARCHITETTURA
(DICAR)
Corso di laurea magistrale in Ingegneria edile-architettura
Anno accademico 2021/2022 - 1° anno

GEOMETRIA

MAT/03 - 6 CFU - 1° semestre

Docente titolare dell'insegnamento

ANTONIO CAUSA

Email: causa@dmi.unict.it

Edificio / Indirizzo: Dipartimento di Matematica e Informatica Viale A. Doria 6 Ufficio 332

Telefono: 095 7383067

Orario ricevimento: martedì/giovedì dalle 8:30 alle 10:30. Si consiglia di chiedere conferma sulla presenza del docente per e-mail.

OBIETTIVI FORMATIVI

L'obiettivo del corso è quello di fornire alcuni strumenti di Algebra Lineare per il calcolo di autovettori ed autovalori di un'applicazione lineare, quali ad esempio, le proprietà delle matrici. Si forniscono alcune nozioni di Geometria nel piano e nello spazio, ed alcuni strumenti per lo studio di coniche del piano e quadriche dello spazio.

MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DELL'INSEGNAMENTO

Lezioni frontali ed esercitazioni in classe, coadiuvate da attività di supporto in orari diversi dalle lezioni.

Qualora l'insegnamento venisse impartito in modalità mista o a distanza potranno essere introdotte le necessarie variazioni rispetto a quanto dichiarato in precedenza, al fine di rispettare il programma previsto e riportato nel syllabus.

PREREQUISITI RICHIESTI

I prerequisiti sono quelli richiesti per l'accesso al Corso di laurea. Una conoscenza dei fondamenti di Geometria Euclidea nel piano, delle definizioni e dei teoremi principali può aiutare alla comprensione delle lezioni curriculari in una maniera più fluida. Analogamente, una primaria conoscenza dei concetti di base di geometria cartesiana se pur trattati in maniera esaustiva durante il corso, aiuterà lo studente durante il corso delle lezioni.

FREQUENZA LEZIONI

La frequenza alle lezioni è fortemente consigliata. Si consiglia inoltre agli studenti di partecipare in

maniera attiva alle lezioni, di rivedere gli argomenti della lezione svolta e di affrontare gli esercizi di verifica che vengono proposti durante la lezione.

CONTENUTI DEL CORSO

I. Matrici ad elementi in un campo. Somma tra matrici. Gruppo abeliano delle matrici. Prodotto di uno scalare per una matrice. Prodotto tra matrici. Proprietà delle operazioni tra matrici. Anello delle matrici quadrate. Matrici triangolari, diagonali. Matrici trasposte. Matrici simmetriche ed antisimmetriche.

Spazi vettoriali e loro proprietà. Esempi: \mathbb{R}^n , $\mathbb{R}^{m,n}$, $\mathbb{R}[X]$. Sottospazi. Intersezione e somma di sottospazi. Somma diretta. Generatori di uno spazio. Spazi vettoriali finitamente generati. Dipendenza e indipendenza lineare. Criterio di indipendenza lineare. Base di uno spazio. Metodo degli scarti successivi. Completamento di un insieme libero ad una base. Lemma di Steinitz (no dim.). Dimensione di uno spazio vettoriale. Formula di Grassmann (no dim). Dimensione di una somma diretta. III. Determinante di una matrice quadrata e sue proprietà. Teorema di Binet. Primo e secondo teorema di Laplace (no dim). Matrici invertibili. Matrice aggiunta. Calcolo dell'inversa di una matrice. Rango di una matrice. Matrici ridotte e metodo di riduzione. Rango delle matrici ridotte. Teorema di Kronecker (no dim). Sistemi di equazioni lineari. Teorema di Rouchè-Capelli. Teorema di Cramer. Sistemi omogenei. Risoluzione dei sistemi lineari. IV. Applicazioni lineari fra spazi vettoriali e loro proprietà. Il nucleo e l'immagine di una applicazione lineare. Iniettività, suriettività, isomorfismi. Teorema del Nucleo e dell' Immagine. Studio delle applicazioni lineari. Matrice del cambio di base. Matrici simili. V. Autovalori, autovettori ed autospazi di un endomorfismo. Calcolo degli autovalori: polinomio caratteristico. Autospazi e loro dimensione. Indipendenza degli autovettori. Endomorfismi diagonalizzabili e diagonalizzazione delle matrici.

GEOMETRIA ANALITICA I. I vettori geometrici dello spazio ordinario. Somma di vettori. Prodotto di un numero per un vettore. Prodotto scalare. Componenti dei vettori e operazioni mediante componenti. II. Sistemi di coordinate nel piano e nello spazio. Coordinate omogenee e punti impropri. Rette reali del piano e loro equazioni. Mutua posizione tra rette. Ortogonalità e parallelismo. Il coefficiente angolare di una retta. Fasci di rette. Distanze. I piani dello spazio ordinario. Le rette dello spazio e vari modi di rappresentarle. Ortogonalità e parallelismo. Rette complanari e rette sghembe. Fasci di piani. Distanze. III. Coniche nel piano e matrici ad esse associate. Invarianti ortogonali. Riduzione di una conica a forma canonica (no dim). Coniche riducibili e irriducibili. Significato geometrico del rango della matrice associata ad una conica. Classificazione delle coniche irriducibili. Studio delle coniche in forma canonica. Fuochi, direttrici ed eccentricità. Iperboli equilatero. Centro ed assi di simmetria. Circonferenze. Cenni su Fasci di coniche. IV. Le quadriche e matrici ad esse associate. Quadriche riducibili e irriducibili. Vertici delle quadriche e quadriche degeneri. Coni e cilindri. Invarianti ortogonali. Ellissoidi, iperboloidi e paraboloidi. Cenni su Fasci di quadriche

TESTI DI RIFERIMENTO

1) S. Giuffrida, A.Ragusa, Corso di Algebra Lineare, Ed. Il Cigno G.Galilei, Roma 1998 (per la parte di Algebra Lineare).

2) G. Paxia, Lezioni di Geometria, Spazio Libri, Catania, 2005 (per la parte di geometria). Il presente libro, su volere dell'autore, è scaricabile dal sito internet del prof. G. Paxia www.giuseppexia.com.

ALTRO MATERIALE DIDATTICO

Esercizi assegnati ed esercizi svolti si potranno scaricare dalla pagina del corso sul portale <http://studium.unict.it>

PROGRAMMAZIONE DEL CORSO

Argomenti	Riferimenti testi
1 Spazi vettoriali e loro proprietà . Esempi: \mathbb{R}^n , $\mathbb{R}^{m,n}$, $\mathbb{R}[X]$. Sottospazi. Intersezione e somma di sottospazi. Somma diretta. Generatori di uno spazio. Spazi vettoriali finitamente generati. Dipendenza e indipendenza lineare. Criterio di indipendenza lineare. Base di uno spazio. Metodo degli scarti successivi. Completamento di un insieme libero ad una base. Lemma di Steinitz (no dim.). Dimensione di uno spazio vettoriale. Formula di Grassmann (no dim). Dimensione di una somma diretta.	Testo 1
2 1 Matrici ad elementi in un campo. Somma tra matrici. Gruppo abeliano delle matrici. Prodotto di uno scalare per una matrice. Prodotto tra matrici. Proprietà delle operazioni tra matrici. Anello delle matrici quadrate. Matrici triangolari, diagonali e scalari. Matrici trasposte. Matrici simmetriche ed antisimmetriche.	Testo 1
3 Determinante di una matrice quadrata e sue proprietà . Teorema di Binet. Primo e secondo teorema di Laplace (no dim). Matrici invertibili. Matrice aggiunta. Calcolo dell'inversa di una matrice. Rango di una matrice. Matrici ridotte e metodo di riduzione. Rango delle matrici ridotte. Teorema di Kronecker (no dim). Sistemi di equazioni lineari. Teorema di Rouchè-Capelli. Teorema di Cramer. Sistemi omogenei. Risoluzione dei sistemi lineari.	Testo 1
4 Applicazioni lineari fra spazi vettoriali e loro proprietà . Il nucleo e l'immagine di una applicazione lineare. Iniettività, suriettività , isomorfismi. Teorema del Nucleo e dell' Immagine. Studio delle applicazioni lineari. Matrice del cambio di base. Matrici simili.	Testo 1
5 Autovalori, autovettori ed autospazi di un endomorfismo. Calcolo degli autovalori: polinomio caratteristico. Autospazi e loro dimensione. Indipendenza degli autovettori. Endomorfismi diagonalizzabili e diagonalizzazione delle matrici.	Testo 1
6 I vettori geometrici dello spazio ordinario. Somma di vettori. Prodotto di un numero per un vettore. Prodotto scalare. Componenti dei vettori e operazioni mediante componenti.	Testo 2

- | | | |
|---|--|---------|
| 7 | Sistemi di coordinate nel piano e nello spazio. Coordinate omogenee e punti impropri. Rette reali del piano e loro equazioni. Mutua posizione tra rette. Ortogonalità e parallelismo. Il coefficiente angolare di una retta. Fasci di rette. Distanze. I piani dello spazio ordinario. Le rette dello spazio e vari modi di rappresentarle. Ortogonalità e parallelismo. Rette complanari e rette sghembe. Angoli fra rette e piani. Fasci di piani. Distanze. | Testo 2 |
| 8 | Coniche nel piano e matrici ad esse associate. Invarianti ortogonali. Riduzione di una conica a forma canonica. Coniche riducibili e irriducibili. Significato geometrico del rango della matrice associata ad una conica. Studio delle coniche in forma canonica: Ellissi, Iperboli, Parabole, Fuochi, direttrici ed eccentricità . Iperboli equilateri. Centro ed assi di simmetria. Circonferenze. Rette Tangenti ad una conica. | Testo 2 |
| 9 | Le quadriche e matrici ad esse associate. Ellissoidi, Iperboloidi, Paraboloidi. Coni e Cilindri. Vertici. Sfere. | Testo 2 |

VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

La verifica dell'apprendimento sarà basata principalmente su una prova scritta e, dopo aver ricevuto una valutazione sufficiente, in una prova orale.

Durante il corso verranno assegnati degli esercizi che gli studenti sono invitati a svolgere e a discutere con il docente; agli studenti che parteciperanno attivamente durante il corso e che svolgeranno una buona percentuale gli esercizi assegnati verrà assegnato un bonus che consentirà di aumentare il voto finale.

La verifica dell'apprendimento potrà essere effettuata anche per via telematica, qualora le condizioni lo dovessero richiedere.

ESEMPI DI DOMANDE E/O ESERCIZI FREQUENTI

Algebra lineare.

Definizione di spazio vettoriale. Esempi di spazio vettoriale. Definizione di sottospazio vettoriale e operazioni tra spazi vettoriali. Generatori di un sottospazio. Vettori linearmente indipendenti. Base di uno spazio vettoriale. Dimensione di uno spazio vettoriale. Lemma di Steinitz. Componenti di un vettore rispetto ad una base. Matrice del cambiamento di base. Equazioni cartesiane di un sottospazio. Formula di Grassmann. Definizione di applicazione lineare. Nucleo ed immagine di una applicazione lineare. Matrice associata ad una applicazione lineare. Teorema delle dimensioni. Autovalori ed autovettori di un endomorfismo. Teorema spettrale.

Geometria.

Equazioni di una retta nel piano e nello spazio. Interpretazione dei numeri direttori di una retta. Piani

nello spazio. Clasificazione affine delle coniche. Rette tangenti ad una conica. Polarità rispetto ad una conica. Clasificazione affine delle quadriche nello spazio. Piani tangenti ad una quadrica. Polarità rispetto ad una quadrica. Natura dei punti di una quadrica irriducibile. Punti doppi di una quadrica.
