



---

## ANALISI MATEMATICA III

MAT/05 - 6 CFU - 1° semestre

### Docente titolare dell'insegnamento

#### PIETRO ZAMBONI

**Email:** zamboni@dmi.unict.it

**Edificio / Indirizzo:** DMI, viale A. Doria 6, 95125 Catania

**Telefono:** 0957383058

**Orario ricevimento:** consultare il sito <http://www.dmi.unict.it/~zamboni/>

---

### OBIETTIVI FORMATIVI

Gli obiettivi formativi del corso riguardano la conoscenza della teoria delle funzioni di una variabile complessa e delle trasformate integrali. Lo studente dovrà inoltre sviluppare la capacità di applicare le nozioni apprese alla risoluzioni di problemi ed esercizi non banali.

### MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DELL'INSEGNAMENTO

L'esame è costituito da una prova scritta e da un successivo colloquio orale.

### PREREQUISITI RICHIESTI

Integrale di Lebesgue, Forme differenziali lineari, Serie di Fourier, Calcolo differenziale per funzioni di più variabili.

---

### FREQUENZA LEZIONI

Lo studente è tenuto a frequentare almeno il 70% delle lezioni.
---

---

### CONTENUTI DEL CORSO

1. FUNZIONI DI VARIABILE COMPLESSA. Il campo dei numeri complessi. Funzioni di variabile complessa. Il logaritmo di un numero complesso. Funzioni olomorfe. Teorema di Cauchy Riemann\*. Integrale curvilineo di una funzione complessa. Teorema di Darboux. Teorema di Cauchy-Goursat\*. Formule integrali di Cauchy. Primitiva di una funzione complessa. Teorema di Morera. Serie di potenze. Analiticità delle funzioni olomorfe. Teorema di Hermite-Liouville. Teorema fondamentale

dell'algebra. Serie di Laurent. Teorema di Laurent\*. Singolarità isolate di una funzione olomorfa. Teorema di Picard\*. Il punto all'infinito. Zeri di una funzione olomorfa. Principio di identità delle funzioni olomorfe. Residuo. Teorema dei residui. Applicazione al calcolo degli integrali.

2. TRASFORMATA DI FOURIER DI FUNZIONI SOMMABILI. Cenni sulle funzioni a variazione limitata e assolutamente continue. La trasformata di Fourier. Continuità della trasformata di Fourier. Teorema di Riemann-Lebesgue. Linearità della trasformata di Fourier. Traslati e cambio di scala di una trasformata di Fourier. Trasformata di Fourier di funzioni dispari e pari. Trasformata di Fourier della coniugata. Derivata della Trasformata di Fourier. Trasformata della derivata. Convoluzione di funzioni sommabili\*. Trasformata di Fourier della convoluzione. Formula di moltiplicazione. Trasformata aggiunta. Inversione della trasformata di Fourier\*. Eguaglianza di Parseval.
  
3. TRASFORMATA DI LAPLACE DELLE FUNZIONI LOCALMENTE SOMMABILI. Trasformabilità e assoluta trasformabilità. Ascissa di convergenza e di assoluta convergenza. Trasformata di Laplace. Linearità della Trasformata di Laplace. Traslati e cambio di scala di una trasformata di Laplace. Uniforme convergenza\*. Condizioni necessarie di antitrasformabilità. Olomorfia della trasformata\*. Prima formula fondamentale\*. Trasformabilità delle funzioni periodiche\*. Convoluzione di funzioni localmente sommabili\*. Trasformata di Laplace della convoluzione. Trasformata della funzione integrale. Seconda formula fondamentale\*. Inversione della trasformata di Laplace. Antitrasformazione delle funzioni razionali. Antitrasformazione per serie\*. Applicazione alle equazioni differenziali ed ai sistemi di equazioni differenziali.
  
4. TEORIA DELLE DISTRIBUZIONI. Funzioni test e distribuzioni. Distribuzioni funzione. Delta di Dirac. Limiti e serie nel senso delle distribuzioni. Derivazione nel senso delle distribuzioni. Traslati di una distribuzione. Distribuzione periodica. Funzioni a decrescenza rapida. Distribuzioni temperate. Funzioni sommabili. Funzioni a crescita lenta. La Trasformata di Fourier di funzioni a decrescenza rapida. La Trasformata di Fourier nell'ambito delle distribuzioni temperate. Supporto di una distribuzione. Gli spazi  $D$  e  $S$ . La Trasformata di Laplace nell'ambito delle distribuzioni.
  
5. TRASFORMATA ZETA. Definizione e proprietà. Applicazione alla risoluzione delle equazioni alle differenze e alle successioni definite per ricorrenza.

---

## TESTI DI RIFERIMENTO

1. Di Fazio G., Frasca M. Metodi Matematici per l'Ingegneria,, Monduzzi Editoriale.

## ALTRO MATERIALE DIDATTICO

<http://www.dmi.unict.it/~zamboni/>

---

## PROGRAMMAZIONE DEL CORSO

Argomenti	Riferimenti testi
1 FUNZIONI DI VARIABILE COMPLESSA	Cap. 3
2 TRASFORMATA DI FOURIER DI FUNZIONI SOMMABILI.	Cap. 5
3 TRASFORMATA DI LAPLACE	Cap. 6
4 TRASFORMATA ZETA.	Cap. 8
5 TEORIA DELLE DISTRIBUZIONI	Cap. 7

---

## VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

### MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

La prova d'esame è composta da una prova scritta della durata di due ore e una successiva prova orale. La prova scritta consta di quattro esercizi. Per essere superata occorre fare almeno due esercizi in modo corretto. La prova orale consta di tre domande.

### ESEMPI DI DOMANDE E/O ESERCIZI FREQUENTI

Teorema dei residui, punti singolari, analiticità delle funzioni olomorfe, trasformata di Fourier, Trasformata di Laplace, distribuzioni funzione.

Calcolo di integrali mediante teorema dei residui, sviluppi di Laurent, sistemi di equazioni differenziali, limiti nel senso delle distribuzioni.

---