ANALISI MATEMATICA II M - Z

MAT/05 - 9 CFU - 1° semestre

Docente titolare dell'insegnamento

FABIO RACITI

Email: fraciti@dmi.unict.it
Edificio / Indirizzo: Dip.to di Matematica e Informatica- Blocco III, Città Universitaria
Telefono: 095 7383013
Orario ricevimento: comunicato sul sito all'inizio delle lezioni

OBIETTIVI FORMATIVI

Conoscenza e comprensione. Scopo del corso è far acquisire allo studente la conoscenza e la comprensione dei concetti matematici relativi al programma e cioè: successioni e serie di funzioni, limiti, derivate ed estremi di funzioni di più variabili, equazioni e sistemi di equazioni differenziali, teoria dell' integrazione secondo Lebesgue, curve e forme differenziali. Lo studente dovrà esprimere i concetti in questione mediante il linguaggio rigoroso della matematica, ed essere in grado di illustrarli con esempi.

Competenze. Lo studente dovrà saper affrontare esercizi semplici o di media difficoltà su: serie di funzioni, estremi di funzioni di più variabili, equazioni differenziali, integrali doppi e tripli, forme differenziali. Di fronte a problemi semplici relativi agli argomenti del corso, lo studente dovrà anche essere in grado di riconoscere il quadro teorico di riferimento e sviluppare un ragionamento autonomo mirato alla risoluzione.

MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DELL'INSEGNAMENTO

L'insegnamento viene svolto mediante lezioni di teoria ed esercitazioni, alla lavagna. Occasionalmente potranno essere usati ausili multimediali.

PREREQUISITI RICHIESTI

E' indispensabile padroneggiare tutti i concetti e le tipologie di esercizi di un programma di Analisi Matematica 1, e in particolare: calcolare l'estremo superiore e l'estremo inferiore di un insieme numerico, calcolare i limiti di funzioni e di successioni, riconoscere i punti di continuità delle funzioni, classificare le singolarità delle funzioni, calcolare le derivate delle funzioni, determinare i punti di minimo e di massimo delle funzioni, studiare il carattere di una serie numerica, calcolare integrali definiti ed indefiniti. E' utile la conoscenza dei concetti elementari della teoria degli spazi vettoriali. E' importante padroneggiare le basi della geometria della geometria analitica nel piano, ed è utile conscere gli elementi di geometria analitica nello spazio tridimensionale.

FREQUENZA LEZIONI

Fortemente consigliata

CONTENUTI DEL CORSO

N.B: Per i teoremi seguiti da asterisco non è richiesta la dimostrazione

1. SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI. (2 cfu). Successioni di funzioni reali di variabile reale.Convergenza puntuale ed uniforme. Caratterizzazione della convergenza uniforme mediante la successione degli estremi superiori. Criterio di convergenza puntuale ed uniforme di Cauchy.Teoremi dello scambio dei limiti*, di continuità, di derivabilità*, di passaggio al limite sotto il segnod'integrale. Serie di funzioni reali di variabile reale. Convergenza puntuale ed uniforme. Criterio di Cauchy. Convergenza assoluta e totale. Teorema di Weierstrass. Confronto fra i vari tipi di
convergenza. Teoremi di continuità, derivabilità e di integrazione per serie. Serie di potenze. Raggio di convergenza. Teorema del raggio. Teorema di Cauchy-Hadamard. Teorema di Abel*.Proprietà della funzione somma di una serie di potenze. Serie di Taylor. Condizioni per la sviluppabilità in serie di Taylor. Sviluppi notevoli. Serie di Fourier. Condizioni sufficienti per laconvergenza delle serie di Fourier*.

2. FUNZIONI DI PIU' VARIABILI. (2 cfu). Spazi euclidei. Funzioni tra spazi euclidei. Operazioni tra funzioni. Funzione composta e funzione inversa. Limiti di funzioni tra spazi euclidei. Successioni di vettori. Teoremi che caratterizzano i limiti mediante le successioni e le restrizioni. Funzioni continue. Funzioni continue e connessione. Teorema di esistenza degli zeri. Funzioni continue e compattezza. Teorema di Heine-Borel*. Teorema di Weierstrass. Funzioni uniformemente continue.Teorema di Cantor*. Funzioni lipschitziane. Derivate direzionali e parziali per funzioni scalari. Funzioni differenziabili. Condizioni necessarie di differenziabilità. Teorema del differenziale totale. Derivate e differenziale primo per funzioni vettoriali. Derivabilità della funzione composta. Derivate e differenziali di ordine superiore. Teorema di Schwartz*. Formula di Taylor al primo e al secondo ordine. Teorema del gradiente nullo. Funzioni positivamente omogenee. Identità di Eulero*. Massimi e minimi relativi per funzioni di più variabili. Teorema di Fermat. Richiami sulle forme quadratiche. Caratterizzazione del segno di una forma quadratica. Condizione necessaria del secondo ordine.
Condizioni sufficienti del secondo ordine. Ricerca degli estremi assoluti. Cenni sulle funzioni convesse. Funzioni definite implicitamente (per funzioni scalari di due variabili). Teorema di U. Dini (per funzioni scalari di duevariabili). Funzioni definite implicitamente (per funzioni scalari di n+1 variabili). Teorema di U. Dini (per funzioni scalari di n+1 variabili)*.Funzioni definite implicitamente (caso vettoriale). Teorema di U. Dini (caso vettoriale)*.

3. EQUAZIONI DIFFERENZIALI. (2 cfu). Equazioni differenziali ordinarie di ordine n. Sistemi di n equazioni differenziali ordinarie del primo ordine in n funzioni incognite. Equivalenza tra equazioni e sistemi. Problema di Cauchy. Definizione di soluzione. Teorema di esistenza e unicità in piccolo e ingrande per il

problema di Cauchy*. Condizione sufficiente per la lipschitzianeità. Sistemi lineari. Globalità della soluzione di un sistema lineare. Struttura dell'insieme delle soluzioni. Matrice wronskiana. Metodo di Lagrange. Sistemi lineari a coefficienti costanti: costruzione di una base dello spazio delle soluzioni nel caso di autovalori semplici. Equazioni differenziali lineari di ordine superiore. Equazione di Eulero. Risoluzione di alcuni tipi particolari di equazioni differenziali non lineari: equazioni a variabili separabili;equazioni omogenee; equazioni lineari del primo ordine; equazioni di Bernoulli.

4. MISURA E INTEGRAZIONE. (2 cfu). Cenni sulla teoria della misura secondo Lebesgue in R^n: Misura elementare degli intervalli e dei pluriintervalli. Misura degli aperti limitati e dei compatti. Nozione dimisurabilità per insiemi limitati e non limitati. Proprietà della misura: numerabile additività*,monotonia, continuità verso l'alto*, verso il basso*, sottrattività Completezza della misura. Funzioni misurabili. Cenni sulla teoria dell'integrazione secondo Lebesgue in R^n: integrazione delle funzioni limitate negli insiemi misurabili di misura finita. Teorema della media. Integrazione di arbitrarie funzioni misurabili definite in insiemi misurabili. Significato geometrico dell'integrale. Criteri di sommabilità. Passaggio al limite sotto il segno di integrale. Teoremi di B.Levi*, e di Lebesgue*.Integrazione per serie. Teorema di invadenza. Teorema di derivazione sotto il segno di integrale*.Teoremi di Fubini* e di Tonelli*. Formule di riduzione per gli integrali doppi e tripli. Cambiamenti di variabili negli integrali*. Omotetia in R^n. Coordinate polari nel piano. Coordinate sferiche ecilindriche nello spazio. Confronto tra l'integrale di Riemann e l'integrale di Lebesgue*.

5. CURVE E FORME DIFFERENZIALI. (1 cfu). Curve in R^n. Curve semplici, chiuse, piane, di Jordan.Curva unione. Curve regolari e generalmente regolari. Cambi di parametrizzazione. Curve rettificabili. Rettificabilità delle curve regolari*. Ascissa curvilinea. Integrali curvilinei. Definizione diForma differenziale lineare. Integrale curvilineo di una forma differenziale. Forme differenziali esatte. Primo criterio di integrabilità. Circuitazione di una forma differenziale. Forme differenziali chiuse. Insiemi aperti stellati. Teorema di Poincarè *. Insiemi semplicemente connessi. Criterio di integrabilità in insiemi semplicemente connessi *. Domini regolari. Formule di Gauss Green *.Equazioni differenziali esatte.

TESTI DI RIFERIMENTO

1. Di Fazio G., Zamboni P., Analisi Matematica 2, Monduzzi Editoriale.
2. Fanciullo M. S., Giacobbe A., Raciti F., Esercizi di Analisi Matematica 2, Medical Books.
3. D'Apice C., Durante T., Manzo R., Verso l'esame di Matematica 2, Maggioli editore.
4. D'Apice C., Manzo R., Verso l'esame di Matematica 3, Maggioli editore.

5. C.D. Pagani, S. Salsa: Analisi Matematica 1, Zanichelli , seconda edizione, 2015
6. C.D. Pagani, S. Salsa: Analisi Matematica 2, Zanichelli , seconda edizione, 2016

ALTRO MATERIALE DIDATTICO

Consultare la pagina Studium relativa al corso

PROGRAMMAZIONE DEL CORSO

	Argomenti	Riferimenti testi
1	SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI	Testo 1 cap. 1, Testo 2 cap. 1. Testo 3 capp. 4, 5. Testo 4 cap. 2. Testo 6 cap. 3
2	FUNZIONI DI PIU' VARIABILI	Testo 1 capp. 2, 3,4, 5, 6, 7, 13. Testo 2 capp. 2, 3, 4, 5, 6. Testo 3 capp. 6,7,8,16. Testo 5, cap. 4,5,7 e Testo 6 cap. 2
3	EQUAZIONI DIFFERENZIALI	Testo 1 cap. 14. Testo 3 cap. 9. Testo 6 cap. 4
4	MISURA E INTEGRAZIONE SECONDO LEBESGUE	Testo 1 capp. 8, 9. Testo 3 capp. 13, 14. Testo 6 cap. 5
5	CURVE E FORME DIFFERENZIALI	Testo 1 capp. 10, 11. Testo 3 capp. 10, 11, 12. testo 6 cap. 1

VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

MODALITÀ D'ESAME

L'esame consiste in una prova scritta e in una facoltativa prova orale. La prova scritta consta di tre parti. Nella prima parte si assegnano due definizioni e due teoremi con dimostrazione. E' necessario dare correttamente una sola definizione e dimostrare un solo teorema. Nella seconda parte si assegnano 3 esercizi. Nella terza parte si assegna 1 esercizio . Requisiti minimi per il superamento della prova scritta: svolgere correttamente la prima parte e un esercizio completo della seconda parte. Se si svolgono correttamente la prima e la seconda parte il voto massimo sarà 23. Se si svolge correttamente anche la terza parte il voto massimo sarà 26. Superato l'esame scritto, la materia può essere registrata (con il voto dello scritto) oppure si può sostenere un esame orale su tutto il programma svolto a lezione. L'esame orale permette di aumentare il voto ottenuto con la prova scritta, ma potrebbe anche determinare una diminuzione dello stesso e nel caso in cui non si risponda, in maniera precisa e corretta, ad alcuna delle domande poste può portare all'annullamento del risultato acquisito nella prova scritta, con conseguente necessità di ripetere la stessa prova

ESEMPI DI DOMANDE E/O ESERCIZI FREQUENTI

Raggio di convergenza per una serie di potenze.

Teorema di esistenza degli zeri.

Teorema del gradiente nullo.

Funzioni misurabili.

Sistemi di equazioni differenziali lineari.