



UNIVERSITÀ
degli STUDI
di CATANIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA ELETTRICA ELETTRONICA E
INFORMATICA

Corso di laurea in Ingegneria informatica

Anno accademico 2019/2020 - 1° anno

ANALISI MATEMATICA I A - Co

MAT/05 - 9 CFU - Insegnamento annuale

Docente titolare dell'insegnamento

PIETRO ZAMBONI

Email: zamboni@dmi.unict.it

Edificio / Indirizzo: DMI, viale A. Doria 6, 95125 Catania

Telefono: 0957383058

Orario ricevimento: consultare il sito <http://www.dmi.unict.it/~zamboni/>

OBIETTIVI FORMATIVI

Competenze: saper calcolare i limiti di funzioni e di successioni numeriche, le derivate delle funzioni di una variabile reale, determinare il carattere di una serie numerica, calcolare integrali definiti e indefiniti.

Conoscenze: definizioni e teoremi fondamentali riguardanti il Calcolo Differenziale, le Serie numeriche ed il Calcolo Integrale.

MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DELL'INSEGNAMENTO

Il corso è diviso in due parti. Nella prima parte si studia la costruzione dei numeri reali, le nozioni basilari di topologia, le funzioni di una variabile reale, le successioni numeriche. Nella seconda parte si studiano le serie numeriche e gli integrali delle funzioni di una variabile reale.

PREREQUISITI RICHIESTI

Buone conoscenze di base di aritmetica, algebra, trigonometria, geometria analitica.

FREQUENZA LEZIONI

Lo studente è tenuto a frequentare almeno il 70% delle lezioni del corso per poter sostenere le prove in itinere. La frequenza non è richiesta, seppure fortemente consigliata, per sostenere la prova di esame.

CONTENUTI DEL CORSO

- 1. SISTEMI NUMERICI.** Maggiorante e minorante di un insieme. Estremo superiore e estremo inferiore. Proprietà dell'estremo superiore. Campi e Campi ordinati*. Il Campo dei numeri reali. Proprietà di Archimede. Densità. Radice n-esima. Potenza ad esponente razionale e reale. Logaritmo di un numero reale positivo. Il sistema esteso dei numeri reali. Forma algebrica dei numeri complessi. Forma trigonometrica dei numeri complessi. Radici nel campo complesso.
- 2. LIMITI DELLE FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE REALE.** Cenni di topologia. Teorema di Bolzano Weierstrass*. Funzioni reali di una variabile reale. Operazioni tra funzioni. Funzione inversa e funzione composta. Estremi assoluti e relativi di una funzione. Limiti delle funzioni reali. Unicità del limite. Teorema di permanenza del segno. Teorema di confronto. Operazioni sui limiti. Forme indeterminate. Limiti delle funzioni monotone. Infinitesimi e infiniti*. Asintoti. Successioni numeriche. Limiti di successioni. Caratterizzazione della nozione di limite di una funzione in termini di limiti di successioni*. Il numero di Nepero*. Limiti notevoli. Applicazione al calcolo di limiti. Successioni estratte*. Massimo e minimo limite di una successione*. Successioni di Cauchy*. Criterio di Cauchy per la convergenza di una successione*.
- 3. FUNZIONI CONTINUE.** Definizione di continuità. Continuità delle funzioni elementari. Continuità delle funzioni composte e delle funzioni inverse. Caratterizzazione della continuità mediante le successioni*. Singolarità di una funzione*. Teorema di esistenza degli zeri. Teorema di Weierstrass. Teorema di Darboux sui valori intermedi*. Uniforme continuità*. Teorema di Cantor*. Altre condizioni sufficienti per l'uniforme continuità*.
- 4. CALCOLO DIFFERENZIALE.** Definizione di derivabilità e di derivata: suo significato geometrico. Punti angolosi e cuspidi. Derivabilità e continuità. Derivate delle funzioni elementari. Algebra delle derivate. Derivate delle funzioni composte e delle funzioni inverse. Differenziale*. Derivate di ordine superiore. Massimi e minimi relativi. Teorema di Fermat. Teoremi di Rolle, Cauchy e Lagrange. Caratterizzazione della monotonia per le funzioni derivabili. Funzioni con derivata nulla in un intervallo. Derivate di ordine superiore. Teoremi di de L'Hopital*. La formula di Taylor*. Funzioni convesse in un intervallo*. Studio qualitativo del grafico di una funzione. Successioni ricorsive*.
- 5. SERIE NUMERICHE.** Carattere di una serie. Serie resto*. Operazioni con le serie. Serie aritmetica, di Mengoli* e geometrica. Criterio di convergenza di Cauchy*. Condizione necessaria per la convergenza. Serie a termini non negativi. Criterio del confronto, del rapporto, della radice. Criterio di Raabe*. Criterio di condensazione di Cauchy. Serie assolutamente convergenti. Serie a termini di segno alterno. Teorema di Leibniz. Proprietà

associativa e commutativa*. Serie prodotto secondo Cauchy*. Teorema di Mertens*.

6. INTEGRAZIONE SECONDO RIEMANN. Integrabilità ed integrale secondo Riemann. Definizioni, proprietà e

significato geometrico. Integrabilità delle funzioni continue. Integrabilità delle funzioni monotone.

Integrabilità delle funzioni generalmente continue e limitate*. Esempio di funzione non integrabile*.

Proprietà

degli integrali. Integrabilità del valore assoluto di una funzione integrabile*. Teorema del valore medio.

Primitive. Funzione integrale di una funzione continua. Teorema fondamentale del calcolo integrale.

Teorema

di Torricelli. Integrale indefinito. Integrazione per parti e per sostituzione. Integrazione delle funzioni razionali.

Integrazione per razionalizzazione di alcune classi di funzioni irrazionali e trascendenti*. Integrali impropri*.

Criteri di sommabilità e di assoluta sommabilità*. Integrali impropri e serie*.

N.B.: Gli argomenti contrassegnati con * non sono conoscenze minime.

TESTI DI RIFERIMENTO

1. Di Fazio G., Zamboni P., Analisi Matematica 1, Monduzzi Editoriale.

2. Di Fazio G., Zamboni P., Eserciziari per l'Ingegneria, Analisi Matematica 1, EdiSES.

3. D'Apice C., Manzo R. Verso l'esame di Matematica, vol. 1 e 2, Maggioli editore.

ALTRO MATERIALE DIDATTICO

<http://www.dmi.unict.it/~zamboni/>

PROGRAMMAZIONE DEL CORSO

Argomenti	Riferimenti testi
1 Sistemi numerici.	Testo 1 cap. 2, Testo 2 cap. 1, Testo 3 vol. 1, cap. 1 e 2.
2 Limiti delle funzioni reali di una variabile reale.	Testo 1 cap. 3, Testo 2 cap. 2, Testo 3 vol. 1, cap. 4.
3 Calcolo differenziale.	Testo 1 cap. 5, Testo 2 cap. 3, Testo 3 vol. 1, cap. 5 e 6.
4 Serie numeriche.	Testo 1 cap. 6, Testo 2 cap. 4, Testo 3 vol. 2, cap. 3.
5 Integrazione secondo Riemann.	Testo 1 cap. 7, Testo 2 cap. 5, Testo 3 vol. 2, cap. 1 e 2.

VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Prove in itinere

Sono previste due prove in itinere della durata di 2 ore ciascuna. La prima si terrà durante la prima pausa didattica, la seconda alla fine del corso. È ammesso alla seconda chi abbia superato la prima. Qualora la seconda prova non fosse superata, lo studente potrà scegliere di ritentarla una sola volta durante la sessione estiva, al posto dello scritto finale. La prima prova riguarda le UDE 1,2,3,4 mentre la seconda prova riguarda le UDE 5,6.

Struttura delle prove in itinere.

La prima e la seconda prova in itinere hanno la stessa struttura e ciascuna di esse è suddivisa in Parte A e Parte B. Ogni Parte fa riferimento a specifici argomenti del corso ed è così strutturata:

- presentazione di una definizione o di un esempio relativo ad un dato concetto,
- enunciato e la dimostrazione di un teorema,
- svolgimento di due esercizi.

Di seguito si indicano i contenuti delle Parti A e B di ciascuna prova in itinere.

- Prima prova in itinere. La Parte A riguarda gli insiemi numerici e le successioni numeriche (UDE 1,2) e la Parte B riguarda limiti, continuità e calcolo differenziale per funzioni reali di una variabile reale (UDE 2, 3,4).
- Seconda prova in itinere. La Parte A riguarda le serie numeriche (UDE 5) e la Parte B riguarda l'integrazione secondo Riemann (UDE 6).

Valutazione delle prove in itinere.

Il massimo voto ottenibile in ciascuna prova in itinere è pari a 26/30. Il voto finale sarà la media aritmetica dei voti conseguiti nelle due prove in itinere. La prova orale è facoltativa e verte su tutti gli argomenti del corso. Ciascuna prova in itinere si intende superata se lo studente ha totalizzato almeno 18/30. Tale punteggio è ottenibile se e solo se sono verificate tutte le condizioni seguenti:

- Presentazione di entrambe le definizioni contenute nelle Parti A e B.
- Presentazione dell'enunciato e della dimostrazione di un teorema.
- Svolgimento completo di un esercizio che non sia dello stesso gruppo del teorema di cui al punto precedente.

Prova scritta completa

In alternativa, o non avendo superato le prove in itinere, si sostiene una unica prova d'esame composta da una prova scritta e una successiva prova orale.

Struttura della prova completa.

La prova scritta, della durata di due ore, è suddivisa in tre parti. Nella Parte A vengono proposti cinque

brevi esercizi riguardanti tutto il programma del corso; nella Parte B vengono proposti due esercizi sui contenuti riguardanti la prima prova in itinere; nella Parte C vengono proposti due esercizi sui contenuti riguardanti la seconda prova in itinere.

Valutazione della prova completa.

La prova scritta si intende superata se lo studente ha totalizzato un punteggio pari ad almeno 18/30. Si ottiene la sufficienza (18/30) se e solo se lo studente svolge correttamente tre quesiti della Parte A, un esercizio della Parte B e un esercizio della Parte C.

ESEMPI DI DOMANDE E/O ESERCIZI FREQUENTI

Esempi di domande:

Teorema di unicità del limite, Teorema della permanenza del segno, Teoremi del confronto per i limiti, Teorema sul limite delle funzioni monotone, Teorema di esistenza degli zeri, Teorema di Weierstrass, Derivabilità implica continuità, Teorema di Fermat, Caratterizzazione funzioni crescenti tramite segno derivata prima, Funzioni a derivata nulla, Teoremi della radice e del rapporto, Teorema di Leibnitz, Condizione di integrabilità secondo Riemann, Integrabilità funzioni continue e delle funzioni monotone, Funzioni integrabili in senso improprio e in senso generalizzato.

Esempi di esercizi:

Limiti di successioni e di funzioni, Calcolo di derivate di funzioni, Studio del carattere di una serie, Calcolo di integrali definiti e indefiniti.
