



UNIVERSITÀ
degli STUDI
di CATANIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E ARCHITETTURA
(DICAR)

Corso di laurea magistrale in Ingegneria edile-architettura

Anno accademico 2019/2020 - 1° anno

GEOMETRIA

MAT/03 - 6 CFU - 1° semestre

Docente titolare dell'insegnamento

ELENA MARIA GUARDO

Email: guardo@dmi.unict.it

Edificio / Indirizzo: Dipartimento di Matematica e Informatica

Telefono: 0957383068

Orario ricevimento: mercoledì dalle 8:30-11:00 oppure dietro appuntamento. L'orario dipende dai giorni in cui il docente ha lezione

OBIETTIVI FORMATIVI

L'obiettivo del corso è quello di fornire alcuni strumenti di Algebra Lineare per il calcolo di autovettori ed autovalori di un'applicazione lineare, quali ad esempio, le proprietà delle matrici. Si forniscono alcune nozioni di Geometria nel piano e nello spazio, ed alcuni strumenti per lo studio di coniche del piano e quadriche dello spazio.

MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DELL'INSEGNAMENTO

Lezioni frontali ed esercitazioni in classe, coadiuvate da attività di supporto in orari diversi dalle lezioni

PREREQUISITI RICHIESTI

I prerequisiti sono quelli richiesti per l'accesso al Corso di laurea.

FREQUENZA LEZIONI

Fortemente consigliata

CONTENUTI DEL CORSO

ALGEBRA LINEARE

- I. Matrici ad elementi in un campo. Somma tra matrici. Prodotto di uno scalare per una matrice. Prodotto tra matrici. Proprietà delle operazioni tra matrici. Matrici triangolari, diagonali. Matrici trasposte. Matrici simmetriche ed antisimmetriche

- II. Spazi vettoriali reali e loro proprietà . Esempi: \mathbb{R}^n , $\mathbb{R}^{m,n}$, $\mathbb{R}[X]$. Sottospazi. Intersezione e somma di sottospazi. Somma diretta. Generatori di uno spazio. Spazi vettoriali finitamente generati. Dipendenza e indipendenza lineare. Criterio di indipendenza lineare. Base di uno spazio. Metodo degli scarti successivi. Completamento di un insieme libero ad una base. Lemma di Steinitz (no dim.). Dimensione di uno spazio vettoriale. Formula di Grassmann (no dim). Dimensione di una somma diretta.
- III. Determinante di una matrice quadrata e sue proprietà . Teorema di Binet. Primo e secondo teorema di Laplace (no dim). Matrici invertibili. Matrice aggiunta. Calcolo dell'inversa di una matrice. Rango di una matrice. Matrici ridotte e metodo di riduzione. Rango delle matrici ridotte. Teorema di Kronecker (no dim). Sistemi di equazioni lineari. Teorema di Rouchè-Capelli. Teorema di Cramer. Sistemi omogenei. Risoluzione dei sistemi lineari.
- IV. Applicazioni lineari fra spazi vettoriali e loro proprietà . Il nucleo e l'immagine di una applicazione lineare. Iniettività, suriettività , isomorfismi. Teorema del Nucleo e dell' Immagine. Studio delle applicazioni lineari. Matrice del cambio di base. Matrici simili.
- V. Autovalori, autovettori ed autospazi di un endomorfismo. Calcolo degli autovalori: polinomio caratteristico. Autospazi e loro dimensione. Indipendenza degli autovettori. Endomorfismi diagonalizzabili e diagonalizzazione delle matrici.

GEOMETRIA ANALITICA

- I. I vettori geometrici dello spazio ordinario. Somma di vettori. Prodotto di un numero per un vettore. Prodotto scalare. Componenti dei vettori e operazioni mediante componenti.
- II. Sistemi di coordinate nel piano e nello spazio. Coordinate omogenee e punti impropri. Rette reali del piano e loro equazioni. Mutua posizione tra rette. Ortogonalità e parallelismo. Il coefficiente angolare di una retta. Fasci di rette. Distanze. I piani dello spazio ordinario. Le rette dello spazio e vari modi di rappresentarle. Ortogonalità e parallelismo. Rette complanari e rette sghembe. Fasci di piani. Distanze.
- III. Coniche nel piano e matrici ad esse associate. Invarianti ortogonali. Riduzione di una conica a forma canonica (no dim). Coniche riducibili e irriducibili. Significato geometrico del rango della matrice associata ad una conica. Classificazione delle coniche irriducibili. Studio delle coniche in forma canonica. Fuochi, direttrici ed eccentricità . Iperboli equilateri. Centro ed assi di simmetria. Circonferenze. Cenni su Fasci di coniche.
- IV. Le quadriche e matrici ad esse associate. Quadriche riducibili e irriducibili. Vertici delle quadriche e quadriche degeneri. Coni e cilindri. Invarianti ortogonali. Ellissoidi, iperboloidi e paraboloidi. Cenni su Fasci di quadriche

TESTI DI RIFERIMENTO

- 1) S. Giuffrida, A.Ragusa, Corso di Algebra Lineare, Ed. Il Cigno G.Galilei, Roma 1998 (per la parte di Algebra Lineare).
- 2) G. Paxia, Lezioni di Geometria, Spazio Libri, Catania, 2005 (per la parte di geometria). Il presente libro, su volere dell'autore, è scaricabile dal sito internet del prof. G. Paxia www.giuseppexia.com

ALTRO MATERIALE DIDATTICO

Esercizi assegnati ed esercizi svolti su <http://www.dmi.unict.it/~guardo> or <http://studium.unict.it>

PROGRAMMAZIONE DEL CORSO

Argomenti	Riferimenti testi
1 Matrici ad elementi reali. Somma tra matrici. Prodotto di uno scalare per una matrice. Prodotto tra matrici. Proprietà delle operazioni tra matrici. Matrici triangolari, diagonali e scalari. Matrici trasposte. Matrici simmetriche ed antisimmetriche	Testo 1)
2 Determinante di una matrice quadrata e sue proprietà . Teorema di Binet. Primo e secondo teorema di Laplace (no dim). Matrici invertibili. Matrice aggiunta. Calcolo dell'inversa di una matrice. Rango di una matrice. Matrici ridotte e metodo di riduzione. Rango delle matrici ridotte. Teorema di Kronecker (no dim). Sistemi di equazioni lineari. Teorema di Rouchè-Capelli. Teorema di Cramer. Sistemi omogenei. Risoluzione dei sistemi lineari.	Testo 1)
3 Spazi vettoriali e loro proprietà . Esempi: \mathbb{R}^n , $\mathbb{R}^{m,n}$, $\mathbb{R}[X]$. Sottospazi. Intersezione e somma di sottospazi. Somma diretta. Generatori di uno spazio. Spazi vettoriali finitamente generati. Dipendenza e indipendenza lineare. Criterio di indipendenza lineare. Base di uno spazio. Metodo degli scarti successivi. Completamento di un insieme libero ad una base. Lemma di Steinitz (no dim.). Dimensione di uno spazio vettoriale. Formula di Grassmann (no dim). Dimensione di una somma diretta.	Testo 1)
4 Applicazioni lineari fra spazi vettoriali e loro proprietà . Il nucleo e l'immagine di una applicazione lineare. Iniettività, suriettività , isomorfismi. Teorema del Nucleo e dell' Immagine. Studio delle applicazioni lineari. Matrice del cambio di base. Matrici simili.	Testo 1)
5 Autovalori, autovettori ed autospazi di un endomorfismo. Calcolo degli autovalori: polinomio caratteristico. Autospazi e loro dimensione. Indipendenza degli autovettori. Endomorfismi diagonalizzabili e diagonalizzazione delle matrici.	Testo 1)
6 I vettori geometrici dello spazio ordinario. Somma di vettori. Prodotto di un numero per un vettore. Prodotto scalare. Componenti dei vettori e operazioni mediante componenti.	Testo 2)
7 Sistemi di coordinate nel piano e nello spazio. Coordinate omogenee e punti impropri. Rette reali del piano e loro equazioni. Mutua posizione tra rette. Ortogonalità e parallelismo. Il coefficiente angolare di una retta. Fasci di rette. Distanze. I piani dello spazio ordinario. Le rette dello spazio e vari modi di rappresentarle. Ortogonalità e parallelismo. Rette complanari e rette sghembe. Angoli fra rette e piani. Fasci di piani. Distanze.	Testo 2)

8 Coniche nel piano e matrici ad esse associate. Invarianti ortogonali. Riduzione di una conica a forma canonica. Coniche riducibili e irriducibili. Significato geometrico del rango della matrice associata ad una conica. Studio delle coniche in forma canonica: Ellissi, Iperboli, Parabole, Fuochi, direttrici ed eccentricità . Iperboli equilatero. Centro ed assi di simmetria. Circonferenze. Rette Tangenti ad una conica

9 Le quadriche e matrici ad esse associate. Ellissoidi, Iperboloidi, Paraboloidi. Coni e Cilindri. Vertici. Sfere.

VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

a) Verifica durante il corso: Periodicamente, durante le esercitazioni gli studenti potranno essere invitati a partecipare risolvendo alla lavagna degli esercizi proposti dal docente o dagli studenti stessi. Questo risulta utile per monitorare il livello di apprendimento degli studenti. Durante le lezioni, inoltre, gli studenti saranno invitati a citare definizioni e risultati trattati nelle lezioni precedenti, per favorire un apprendimento consapevole della disciplina. Durante le ore di attività integrative saranno svolte delle esercitazioni utili all'autovalutazione.

b) esame finale: l'esame finale consiste in una prova scritta ed una orale alla fine del corso. Per il superamento della prova scritta, lo studente dovrà svolgere almeno due quesiti di Algebra Lineare ed uno di Geometria (o viceversa). La prova scritta prevede la risoluzione di alcuni esercizi, tecnici e dimostrativi. Si può accedere alla prova orale solo se si riporta una votazione non inferiore a 18/30 nella prova scritta. La prova orale è mirata particolarmente a verificare la chiarezza espositiva e la capacità di collegare fra loro diversi argomenti del programma.

d) criteri per l'attribuzione del voto: si terrà conto: della chiarezza espositiva, della completezza delle conoscenze, della capacità di collegare diversi argomenti. Si terrà in ogni caso conto, soprattutto nei primi appelli, del fatto che lo studente frequenta ancora il primo anno e difficilmente avrà acquisito la maturità che potrà essere invece richiesta negli anni successivi.

ESEMPI DI DOMANDE E/O ESERCIZI FREQUENTI

1 Definizione di spazio vettoriale. Esempi. Teorema sulle dimensioni di Nucleo ed Immagine di un'applicazione lineare. Teorema di Cramer e Rouchè-Capelli. Risoluzione di sistemi lineari. Vettori linearmente indipendenti, generatori, basi di uno spazio vettoriale. Criterio di indipendenza lineare. Studio di un'applicazione lineare. Autovalori ed autovettori, Criterio di indipendenza degli autospazi, molteplicità algebrica e geometrica, endomorfismi semplici. Studio della semplicità di un endomorfismo. diagonalizzazione di una matrice. Controimmagine di un vettore

2) Rette nel piano. Rette e piani nello spazio. Classificazione coniche: parabole, iperboli, ellissi. Costruzione e studio di fasci di coniche. Classificazione quadriche: iperboloidi, ellissoidi, paraboloidi, sfere, coni e cilindri. Vertici.
