ANALISI MATEMATICA II

MAT/05 - 9 CFU - 1° semestre

Docente titolare dell'insegnamento

MARIA FANCIULLO

Email: fanciullo@dmi.unict.it
Edificio / Indirizzo: Dipartimento di Matematica e Informatica, viale A. Doria 6, Catania
Telefono: 095 7383013
Orario ricevimento: Mercoledì dalle 9 alle 11. Durante l'a.a. l'orario di ricevimento potrà cambiare: qualsiasi cambiamento sarà comunicato tramite Studium.

OBIETTIVI FORMATIVI

Fine del corso è far acquisire agli studenti gli elementi e le tecniche indispensabili per studiare il carattere delle successioni e delle serie di funzioni, calcolare i limiti di funzioni di più variabili, trovare i massimi e i minimi di funzioni di più variabili, risolvere alcuni tipi di equazioni differenziali, calcolare integrali doppi e tripli, riconoscere le forme differenziali esatte, calcolare l'integrale di una forma differenziale.

MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DELL'INSEGNAMENTO

Lezioni frontali con relative esercitazioni.

PREREQUISITI RICHIESTI

E' richiesto saper risolvere equazioni e disequazioni algebriche, calcolare l'estremo superiore e l'estremo inferiore di un insieme numerico, calcolare i limiti di funzioni e di successioni, riconoscere i punti di continuità delle funzioni, classificare le singolarità delle funzioni, calcolare le derivate delle funzioni, determinare i punti di minimo e di massimo delle funzioni, studiare il carattere di una serie numerica, calcolare integrali definiti ed indefiniti. E' richiesta la conoscenza della teoria degli spazi vettoriali.

FREQUENZA LEZIONI

La frequenza è obbligatoria.

CONTENUTI DEL CORSO

1. SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI. (2 cfu). Successioni di funzioni reali di variabile reale. Convergenza puntuale ed uniforme. Caratterizzazione della convergenza uniforme mediante la successione degli estremi superiori. Criterio di convergenza puntuale ed uniforme di Cauchy. Teoremi dello scambio dei limiti, di continuità, di derivabilità*, di passaggio al limite sotto il segno d'integrale. Serie di funzioni reali di variabile reale. Convergenza puntuale ed uniforme. Criterio di Cauchy. Convergenza assoluta e totale. Teorema di Weierstrass. Confronto fra i vari tipi di convergenza. Teoremi di continuità, di derivabilità e di integrazione per serie. Serie di potenze. Raggio di convergenza. Teorema del raggio. Teorema di Cauchy-Hadamard. Teorema di Abel*. Proprietà della funzione somma di una serie di potenze. Serie di Taylor. Condizioni per la sviluppabilità in serie di Taylor. Sviluppi notevoli. Serie di Fourier. Condizioni sufficienti per la convergenza delle serie di Fourier*.

2. FUNZIONI DI PIU' VARIABILI. (2 cfu). Spazi euclidei. Funzioni tra spazi euclidei. Operazioni tra funzioni. Funzione composta e funzione inversa. Limiti di funzioni tra spazi euclidei. Successioni di vettori. Teoremi che caratterizzano i limiti mediante le successioni e le restrizioni. Funzioni continue. Funzioni continue e connessione. Teorema di esistenza degli zeri. Funzioni continue e compattezza. Teorema di Heine-Borel. Teorema di Weierstrass. Derivate direzionali e parziali per funzioni scalari. Funzioni differenziabili. Condizioni necessarie di differenziabilità. Teorema del differenziale totale. Derivabilità della funzione composta. Derivate di ordine superiore. Teorema di Schwartz. Formule di Taylor al primo e al secondo ordine. Teorema del gradiente nullo. Funzioni positivamente omogenee. Identità di Eulero. Massimi e minimi relativi per funzioni di più variabili. Teorema di Fermat. Condizione necessaria del secondo ordine. Condizioni sufficienti del secondo ordine. Ricerca degli estremi assoluti. Funzioni definite implicitamente (per funzioni scalari di due variabili). Teorema di U. Dini (per funzioni scalari di due variabili). Funzioni definite implicitamente (per funzioni scalari di n+1 variabili). Teorema di U. Dini (per funzioni scalari di n+1 variabili)*.

3. EQUAZIONI DIFFERENZIALI. (2 cfu). Equazioni differenziali ordinarie di ordine n. Problema di Cauchy: definizione di soluzione. Teorema di esistenza e unicità in piccolo e in grande per il problema di Cauchy*. Risoluzione di alcuni tipi particolari di equazioni differenziali del primo ordine: equazioni a variabili separabili;equazioni omogenee; equazioni lineari; equazioni di Bernoulli. Equazioni differenziali lineari di ordine n. Struttura dell'insieme delle soluzioni. Matrice wronskiana. Metodo di Lagrange. Equazione di Eulero.

4. MISURA E INTEGRAZIONE SECONDO RIEMANN. (2 cfu). Cenni sulla teoria della misura secondo Peano-Jordan in R^n. Cenni sulla teoria dell'integrazione secondo Riemann in R^n. Integrabilità delle funzioni limitate. Teorema della media. Significato geometrico dell'integrale. Formule di riduzione per gli integrali doppi e tripli. Cambiamenti di variabili negli integrali*. Coordinate polari nel piano. Coordinate sferiche e cilindriche nello spazio. Teorema di Guldino.

5. CURVE E FORME DIFFERENZIALI. (1 cfu). Curve in R^n. Curve semplici, chiuse, piane, di Jordan. Curva unione. Curve regolari e generalmente regolari. Cambi di parametrizzazione. Curve rettificabili. Rettificabilità delle curve regolari*. Ascissa curvilinea. Integrali curvilinei. Definizione di Forma differenziale lineare. Integrale curvilineo di una forma differenziale. Forme differenziali esatte. Primo criterio di integrabilità. Circuitazione di una forma differenziale. Forme differenziali chiuse. Insiemi aperti stellati. Teorema di Poincarè *. Insiemi semplicemente connessi. Criterio di integrabilità in insiemi semplicemente connessi *. Domini regolari. Formule di Gauss Green *.

TESTI DI RIFERIMENTO

1. Di Fazio G., Zamboni P., Analisi Matematica 2, Monduzzi Editoriale.
2. Fusco N., Marcellini P., Sbordone C., Analisi Matematica 2, Liguori Editore.
3. Fanciullo M. S., Giacobbe A., Raciti F., Esercizi di Analisi Matematica 2, Medical Books.
4. D'Apice C., Durante T., Manzo R., Verso l'esame di Matematica 2, Maggioli editore.
5. D'Apice C., Manzo R., Verso l'esame di Matematica 3, Maggioli editore.

ALTRO MATERIALE DIDATTICO

Altro materiale si può trovare su Studium.

PROGRAMMAZIONE DEL CORSO

	Argomenti	**Riferimenti testi**
1	SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI.	Testo 1 cap. 1. Testo 2 cap. 1. Testo 3 cap. 1. Testo 4 capp. 4, 5. Testo 5 cap. 2.
2	FUNZIONI DI PIU' VARIABILI	Testo 1 capp. 2, 3,4, 5, 6, 7, 13. Testo 2 capp. 3,11.Testo 3 capp. 2, 3, 4, 5, 6. Testo 4 capp. 6,7,8,16.
3	EQUAZIONI DIFFERENZIALI	Testo 1 cap. 14. Testo 2 capp. 4,5. Testo 4 cap. 9.
4	MISURA E INTEGRAZIONE SECONDO RIEMANN	Testo 2 cap. 8. Testo 4 capp. 13, 14.
5	CURVE E FORME DIFFERENZIALI	Testo 1 capp. 10, 11. Testo 2 capp. 6,7. Testo 4 capp. 10, 11, 12.

VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

L'esame consiste in una prova scritta e in una facoltativa prova orale. La prova scritta consta di tre parti. Nella prima parte si assegnano due definizioni e due teoremi con dimostrazione. E' necessario dare correttamente una sola definizione e dimostrare un solo teorema. Nella seconda parte si assegnano 4 esercizi. Nella terza parte si assegnano 2 esercizi e si richiede di svolgere correttamente un esercizio su 2. Requisiti minimi per il superamento della prova scritta: svolgere correttamente la prima parte e un esercizio completo della seconda parte. Se si svolgono correttamente la prima e la seconda parte il voto massimo sarà 23. Se si svolge correttamente anche la terza parte il voto massimo sarà 26. Superata la prova scritta, l'esame può essere registrato oppure si può sostenere una prova orale.

ESEMPI DI DOMANDE E/O ESERCIZI FREQUENTI

1. Teorema di continuità della funzione limite
2. Passaggio al limite sotto il segno di integrale
3. Totale convergenza implica assoluta e uniforme convergenza
4. Assoluta e totale convergenza delle serie di potenze
5. Condizione sufficiente per la sviluppabilità in serie di Taylor
6. Teorema di esistenza degli zeri
7. Teorema di Weierstrass
8. Esistenza delle derivate direzionali delle funzioni differenziabili
9. Formula di Taylor del primo ordine
10. Teorema sulle funzioni con gradiente nullo.
11. Identità di Eulero
12. Teorema di Fermat
13. Unicità della soluzione del problema di Cauchy.
14. Integrabilità secondo Riemann.
15. Le forme differenziali di classe C^1 esatte sono chiuse.